

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

در مقام ترجمہ از متن خطی رسول انجیری

# نقشہ کشی

حصہ سوم

طبائے آئینیہ اور نقشہ نویسی کے لیے  
مصنف

میجر ای۔ ایچ۔ ڈی وی۔ ایف۔ آئی۔ ای

پرنسپل ایمان سول ریفرنس کالج، رومی  
مقرر محمد

سید عبدالرحمن صاحب بی۔ اے

نگارہ لطیفیات نگارہ جامعہ شمس آباد

۱۳۵۱ھ ۱۳۵۲ھ ۱۳۵۳ھ ۱۳۵۴ھ ۱۳۵۵ھ

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



یہ کتاب حکومت صوبہ چات متقدہ کی اجازت سے  
اردو میں ترجمہ کر کے طبع و شائع  
کی گئی ہے۔



بِسْمِ اللّٰهِ الرَّحْمٰنِ الرَّحِیْمِ

## دیباچہ

کتاب ہدای ن ترتیب میں یہ کوشش کی گئی ہے کہ نہ صرف ایسی معلومات اس میں درج کی جائیں جو کسی کلیۃً انجینیئرنگ کی مختلف جماعتوں کے لیے عام طور پر مفید ثابت ہوں۔ اس کتاب کے دو حصے ہیں: حصہ اول نوٹر سب آرڈینیشن کی جماعتوں کے نصاب پر مشتمل ہے اور اگر حصہ دوم کو حصہ اول کے ساتھ شریک کر لیا جائے تو انجینیئر سب آرڈینیشن اور ڈرافٹس مین وغیرہ کی جماعتوں کے لیے نقشہ کشی کے نصاب کی تکمیل ہو جاتی ہے۔

حسب ذیل کتب سے اس کتاب کی تیاری میں مدد ملی گئی ہے:—

پُل فورڈز تھیوری اینڈ پریکٹس آف ڈرائنگ (Pulford's Theory and Practice of Drawing)

(Chambers' Treatise on Civil Architecture)

(Leon's Architecture of Palladio)

(Atkinson's Practical Solid Geometry)

(Watson's Descriptive Geometry)

چیمبرس ٹریٹائز آن سیویل آرکیٹیکچر

لیونیز آرکیٹیکچر آف پلادو

ایٹکینسن پریکٹیکل سولیڈ جیومیٹری

واٹسن ڈیسکرپٹو جیومیٹری

فہروری ۱۹۰۷ء

ای۔ ایچ۔ ٹی وی۔ اے







# دیباچہ منجانب مترجم

سلسلہ انصاب سے اول انجینئرنگ کا پچھلے کی کتاب، سلسلہ ۱۹ میں  
لفٹنٹ کرنل جے جی۔ ملڈے آر۔ ای۔ لے زمانہ میں ہوئی تھی۔ نقشہ کشی  
اس انصاب کا تیرہواں جزو ہے جس کا ترقیہ ناظرین کی خدمت میں پیش کیا جاتا ہے۔  
یہ دو حصوں پر مشتمل ہے۔  
حصہ اول میں انکمیزی حروف کو چھاپنے کے سلسلہ میں، تحریر  
اور دو مرکبات کے متعلق ہدایات کا اپنی جانب سے میں نے اضافہ کیا ہے۔ امید کہ طلباء  
اس سے مستفید ہوں گے۔

جے ایم ایف

سید عبد الرحمن



# مضامین

نقشہ کشی حصہ دوم

## گیارہواں باب

خطوط اور مستویوں کی تطلیل کے مزید مسائل

صفحہ

۲۶۰

۲

۲۶۱

۲۶۲

۲۶۳

مضمون

خطوط اور مستویاں -

قاعدہ (ا) -

قاعدہ (ب) -

محور اصغر کا طول دریافت کرنا -

مشقی سوالات -

## بارہواں باب

مجسماتی تطلیل کے متعلق مزید مسائل

۲۶۴

صورت پنجم -



صفحہ

۲۷۲

۲۷۳

۲۷۶

مضمون

صورت ششم -

صورت ہفتم -

مشقی سوالات -

## تیرہواں باب

مجسمات کا باہمی دخول اور ماسی مستویات

۲۷۹

۲۸۳

۲۸۶

۲۹۳

صورت اول -

ماسی مستویات -

صورت دوم -

مشقی سوالات -

## چودھواں باب

مجسمات کی کشاد

۲۹۷

۳۰۱

۳۰۳

۳۰۴

مجسمات کی کشاد -

مرغولہ -

کشاد کی دریافت -

مشقی سوالات -

## پندرہواں باب

سایوں کی دریافت اور سایہ وار خطوط کھینچنا  
کسی شے کے سایہ کی دریافت تخلیقی مستویوں پر -

۳۰۸



صفحہ	مضامین
۳۰۸	پہلی صورت -
۳۰۹	دوسری صورت -
۳۱۰	کسی شے کے سایہ کی دریافت جو خود اس پر ہے -
۳۱۲	تاریک اور منور حصوں کو علیحدہ کرنے والے خطوط کی دریافت -
۳۱۳	روشن ترین خط کی دریافت -
۳۱۴	منور اور تاریک حصوں کو علیحدہ کرنے کے خطوط دریافت کرنا -
۳۱۵	{ منور اور تاریک حصوں کو علیحدہ کرنے والے خطوط کی دریافت اور تظلیلی مستوی پر کربہ کے سایہ کی دریافت -
۳۱۸	ایک شے کے سایہ کی دریافت دوسری کسی شے پر -
۳۲۰	سایوں کے خطوط کھینچنا -
۳۲۱-۳۲۲	عام قواعد -
۳۲۶	یکساں رنگوں سے سایہ دار حصص بتانا -
۳۲۸	ملکے رنگوں سے تاریک حصص بتانا -
۳۲۹	مشکل سوالات میں سایے اور تاریک حصص کھینچنا -
۳۳۲	تاریک حصوں کے خطوط (سایہ خطوط) -
۳۳۵	مشقی سوالات -

## سولہواں باب

### منظرہ تظلیل

۳۳۹	منظرہ تظلیل -
۳۴۱	قائم تظلیل سے منظرہ نقشہ کھینچنا -
۳۴۳	”منظرہ“ میں مستعمل اصطلاحات کی تعریفات -



صفحہ

مضمون

۳۴۶

تعریفات

نظری شہائیں

نقصہ ویرسی مستوی۔

مقامی نقطہ۔

خطا نظر۔

نقطہ نظر۔

اقتی مستوی۔

۳۴۷

زمینی مستوی

"

زمینی خط

"

مرکزی نظری شعاع۔

۳۴۸

منظرہ تظلیل پیمائش سے۔

۳۵۳

منظرہ تظلیل اوچل نقطوں سے۔

۳۶۰

ترجیحے خطوط کے اوچل نقطے۔

۳۶۱

کاغذ کے باہر اوچل نقطوں کا واقع ہونا۔

"

پیمائشی نقطوں سے منظرہ۔

۳۶۶

مقامی پیمائشی پیمانوں سے منظرہ۔

۳۶۹

عام باتیں۔

۳۷۰

قدرتی منظر کا منظرہ کھینچنا۔

۳۷۲

کسی منحنی کے منظرہ کی دریافت۔

۳۷۳

منظرہ میں سایے۔

۳۸۱

مشقی سوالات۔



# نقشہ کشی

حصہ دوم





## حصہ دوم

# گیارہواں باب

## خطوط اور مستویوں کی تفصیل کے مزید مسائل

حصہ اول کے آٹھویں باب میں جو مسئلے بیان کیے گئے وہ خطوط اور مستویوں کے عام اور سہل مسئلے تھے۔ اس باب میں جو مزید مسائل بیان کیے گئے ہیں ان کو اچھی طرح سمجھ لینے کے بعد طالب علم کو بارہویں باب میں بحجرات کی تفصیل کے متعلق سوالات کو حل کرنا مناسب ہوگا۔

مسئلہ عملی ۲۱۔ — ایک دیے ہوئے نقطہ میں سے ایک مستوی کو گزارنا جو (۱) ایک معلوم خط کے علی القوائم ہو اور (ب) ایک معلوم مستوی کے علی القوائم ہو (پلیٹ ۲۲ - شکل ۱-۱ اور ۲-۱)۔

فرض کرو کہ پ دیا ہوا نقطہ اور بی ج معلوم خط مستقیم ہے۔  
(۱) نقطہ پ کا اور خط بی ج کا رُوکار، ایک ایسے لامّا خط پر جو بی ج کے متوازی ہو، حاصل کرو۔ نقطہ پ میں سے پ د ایک خط ب ج کے علی القوائم اس طرح کھینچو کہ خط لامّا کو د پر قطع کرے۔ تب مطلوب مستوی کے ہم ارتفاعی خطوط کھینچ جا سکتے ہیں اور پیمانہ پر ہند سے بھی لکھ جا سکتے ہیں۔



(ب) اوپر کے قاعدہ (۱) کی طرح اس مسئلہ کو بھی حل کیا جاسکتا ہے۔ معلوم  
مستوی ہر کار ایک ایسے لاکھ خط پر کھینچنا چاہیے جو اس مستوی کے میدان  
کے پیمانہ کے متوازی ہو۔

مسئلہ عملی ۲۱۲۔ ایک دیئے ہوئے نقطہ سے دیئے ہوئے  
ایک خط مستقیم کا اقل ترین فاصلہ دریافت کرنا۔ (پلیٹ ۲۲ - شکل ۲۱)

فرض کرو کہ بی بی دیا ہوا خط اور پی بی دیا ہوا نقطہ ہے۔ اس نقطہ کے  
متوازی ایک لاکھ خط پر بی بی کا رُوکار جیسا صل کرو۔ اب اگر دیئے ہوئے  
نقطہ کے رُوکار سے کھینچا ہوا عمود دیئے ہوئے خط کے رُوکار کو پ د کی طرح قطع  
کرے تو ظاہر ہے کہ بی بی سے بی بی کا اقل ترین فاصلہ پ د ہے۔ اگر دیئے ہوئے  
نقطہ سے کھینچا ہوا عمود معلوم خط سے رُوکار کو قطع نہیں کرتا جیسا کہ پ د سے  
کھینچے ہوئے عمود کی حالت میں ہوتا ہے تو دیئے ہوئے نقطہ کو خط کے قریب ترین  
سر سے بی بی کی طرح ملا دینا چاہیے۔

مسئلہ عملی ۲۱۳۔ ایک دیئے ہوئے خط میں سے ایک ایسا  
مستوی گزارنا جو ایک اور دیئے ہوئے خط کے متوازی ہو (پلیٹ ۲۲ - شکل ۲۱)

فرض کرو کہ بی بی اور بی بی دو دیئے ہوئے خطوط مستقیم ہیں۔ بی بی میں  
سے ایک ایسا مستوی گزارنا مطلوب ہے جو بی بی کے متوازی ہو۔  
بی بی میں سے ایک خط بی بی ایسا کھینچو جو بی بی کے متوازی ہو (مسئلہ عملی ۲۱۲)۔  
بی بی میں سے ایک مستوی کو گزارو (مسئلہ عملی ۲۱۲)۔ یہ مستوی مطلوب مستوی  
ہوگا چونکہ اس میں بی بی ہے جو بی بی کے متوازی ہے۔ لہذا خود مستوی بی بی کے  
متوازی ہوگا۔

مسئلہ عملی ۲۱۴۔ دیئے ہوئے ایک نقطہ میں سے ایک



ایسا خط کھینچنا جو دو دیگر دیے ہوئے غیر متوازی خطوط سے ملے۔  
(پلیٹ ۲۲ - شکل ۵ اور ۶)۔

فرض کرو کہ پ ۱ ب ۱ اور ج ۱ د ۱ دیئے ہوئے خطوط  
مستقیم ہیں۔  
شکل ۵ پر غور کرو۔ ہم اگر کوئی مستوی ہر ایسا لیں جس میں خط ۱ ب ۱ اور نقطہ  
پ ۱ ہو اور ایک اور مستوی ن بھی لیں جس میں خط ۱ ج ۱ د ۱ اور نقطہ پ ۱ ہو تو ظاہر  
ہے کہ یہ دونوں کا خط تقاطع جس کی تعمیر خط ۱ ٹ سے کرتا ہے مطلوب خط ہوگا۔  
شکل ۶ میں پ ۱ ب ۱ اور ج ۱ د ۱ سے ایک مستوی ن گزارو (مسئلہ عملی ۱۹)  
اور پ ۱ ج ۱ د ۱ میں سے ایک مستوی ن گزارو۔ ان دونوں مستویوں کا خط تقاطع  
مطلوب خط ہوگا جو کہ دیئے ہوئے دونوں خطوط پر تقسیم کو (اگر ضرورت ہو تو ان کو  
بڑھایا جا سکتا ہے) تقاطع ۱ ٹ اور ۱ ٹ پر قطع کرتا ہے۔

مسئلہ عملی ۲۱۔۵ — ایک ایسا خط کھینچنا جو دو دیئے ہوئے  
غیر متوازی خطوط پر تقسیم کے علی القوائم ہو (پلیٹ ۲۲ - شکل ۷ اور ۸)۔

فرض کرو کہ پ ۱ ب ۱ اور ج ۱ د ۱ دیئے ہوئے خطوط ہیں۔  
شکل ۷ میں، فرض کرو کہ ۱ ب ۱ اور ج ۱ د ۱ دیئے ہوئے خطوط ہیں۔  
ہر ایک ایسا مستوی ہو جس میں ۱ ب ۱ ہو اور وہ مستوی ج ۱ د ۱ کے متوازی بھی ہو۔  
ج ۱ د ۱ میں کسی نقطہ (مثلاً د) سے د ۱ ع مستوی پر ایک عمود کھینچو۔ خط ۱ ک ایسا  
کھینچو جو مستوی ہر میں واقع ہو اور ج ۱ د ۱ کے متوازی بھی ہو۔ یہ خط ۱ ب ۱ کو (اگر  
اگر ضرورت ہو تو ۱ ب ۱ کو) نقطہ ک پر قطع کریگا۔  
خط ک ۱ کو د ۱ ع کے متوازی کھینچو۔ ک ۱ ل مطلوب خط ہوگا۔ جو ۱ ب  
کے علی القوائم ہے اور نیز ج ۱ د ۱ کے بھی (اس لیے کہ ج ۱ د ۱ مستوی ہر کے متوازی  
ہے)۔



شکل ۱ میں ایک مستوی ہر ایسا کھینچو جس میں ا ب — ۳ ہو اور جو ہر ج کے متوازی بھی ہو (مسئلہ عملی ۱۱)۔ ج کے کسی نقطہ (مثلاً د) سے دی مستوی کے ہم ارتقاعی خطوط کے علی القوائم کھینچو۔ مستوی ہر اور خط دی کا ایک روکار کھینچو اور ی کو دریافت کرو جو کہ ان کے نقطہ تقاطع کا سطحی نقشہ ہے۔

ی سے ج کے متوازی کی اس طرح کھینچو کہ ا ب کو دیا ضرورت ہو تو ا ب مخروطہ کو اک پر قطع کرے۔

گ سے دی کے متوازی کی ل کھینچو جو ج دیا ضرورت ہو تو ج د مخروطہ کو ل میں قطع کرے۔ ک ل مطلوب خط ہو گا جو دیے ہوئے دونوں خطوط کے علی القوائم ہو گا۔

مسئلہ عملی ۲۱۶ — ایک دیا ہوا خط کسی دیے ہوئے مستوی سے جو زاویہ بنائے اس کو ناپنا (پلیٹ ۲۲ - شکل ۱۷ اور ۱۸)۔

جب کوئی خط کسی مستوی کو قطع کرتا ہے تو اس خط اور مستوی کے درمیان زاویہ وہ زاویہ ہے جو اس مستوی پر خط کے ظل اور خود خط کے درمیان بنتا ہے۔ یہ سب سے چھوٹا زاویہ ہے جو دیے ہوئے خط اور اس مستوی کے کسی خط کے درمیان ناپا جاسکتا ہے۔

فرض کرو کہ ا ب دیا ہوا خط اور ہر دیا ہوا مستوی ہے۔ خط ا ب مستوی ہر سے جو زاویہ بناتا ہے اس کو ناپنا مقصود ہے۔

شکل ۱ میں فرض کرو کہ ی وہ نقطہ ہے جو کہ ایک خط ا ب مستوی ہر سے بناتا ہے۔ ا ب کے کسی نقطہ (مثلاً ۱) سے مستوی پر کوئی عمود کھینچو جو اسے ٹ پر قطع کرے تب ٹ ی خط ا ب کے ایک حصہ کا سطحی نقشہ مستوی ہر پر ہو گا اور زاویہ ٹ ی ۱ (ط) وہ زاویہ ہے جو خط ا ب مستوی ہر کے ساتھ بناتا ہے۔ اب شکل ۱۷ پر غور کرو۔ خط ا ب ہم اور مستوی ہر کا ایک روکار بناؤ۔ ان کے نقطہ تقاطع کا سطحی نقشہ دریافت کرو۔ اس خط کے اندر کسی نقطہ (مثلاً ۱) سے مستوی پر ایک عمود کھینچو۔ اس کے اندر مستوی کے نقطہ تقاطع کا سطحی نقشہ ط دریافت کرو۔



کرو۔ رُوکار سے  $Y$  کو نشان کرو۔ تب  $SY$  کو مطلوب زاویہ کا سطحی نقشہ ہوگا۔  
اس زاویہ کو اعلیٰ طریقہ سے بناؤ اور پھر اصلی زاویہ  $Y$  حاصل کرو۔  
اس زاویہ کو عملی طریقہ سے حسب ذیل بنایا جاتا ہے:-

ایک مستوی  $HR$  کو طے کر  $Y$  میں سے گزرو (مسئلہ عملی ۱۹)۔  $H$  میں  
ہم ارتفاعی خط کو گردش محور لے کر تینوں نقطوں کا ایک رُوکار (۱۰) پر بناؤ۔  
نقاط  $Y$  اور  $R$  کو  $Y$  اور  $R$  میں وضع کرو۔ نقطہ  $Y$  قائم رہیگا۔ اس کو  $C$  سے نشان  
کیا جاسکتا ہے اس لیے کہ مثلث  $YCR$  کو ایسے  $Y$ ۔  $R$  میں وضع کیا گیا ہے  
جس کی ہمواری (۱۰) ہے اور یہی نقطہ  $C$  کی بھی ہمواری ہے۔  $Y$  اور  $R$  کو ملاؤ۔

مسئلہ عملی ۲۱۔ ایک دیے ہوئے خط میں سے ایک  
ایسا مستوی کھینچنا جو ایک معلوم مستوی کے ساتھ معلوم زاویہ  
بنائے (پلیٹ ۲۲۔ شکل ۱۱ اور ۱۲)۔

فرض کرو کہ معلوم مستوی اور  $Y$  دیا ہوا خط ہے۔  $Y$  میں سے  
ایک ایسا مستوی کھینچنا مطلوب ہے جو مستوی  $Y$  کے ساتھ  $\theta$  کا زاویہ بنائے۔  
شکل ۱۱ میں فرض کرو کہ  $Y$  ایک ایسا خط ہے جو  $Y$ ۔  $R$  سے مل مستوی  $Y$  کو  
نقطہ  $Y$  میں قطع کرتا ہے۔ ایک مخروط کھینچو جس کا راس  $Y$  پر ہو اور محور مستوی  $Y$   
کے علی القوائم اور محور  $Y$  خط قاعدہ سے  $\theta$  کا زاویہ بنائے۔  $Y$  سے  $Y$  ف مخروط  
کے قاعدہ کا تماس کھینچو۔ شکل سے ظاہر ہے کہ اگر ایک مستوی  $C$  نقاط  $Y$  ف اور  
 $Y$  میں سے گزرے تو یہ مستوی مطلوبہ شرائط کو پورا کریگا۔ اس کے اندر خط  $Y$  ف  
واقع ہے اور مخروط کا تماس ہونے کی وجہ سے جو کہ مستوی  $Y$  سے  $\theta$  کا زاویہ بنانا  
ہے خود کو بھی مستوی  $Y$  سے  $\theta$  کا زاویہ بنانا اس کے لیے ضروری ہوگا۔ نیز یہ بھی  
ظاہر ہے کہ دو مستوی ان شرائط کو پورا کرتے ہوئے کھینچے جاسکتے ہیں۔ اس کی وجہ  
یہ ہے کہ  $Y$  سے مخروط کے قاعدہ کا ایک اور تماس  $Y$  ف کھینچا جاسکتا ہے اور  
ایک ایسا مستوی جو نقاط  $Y$  ف اور  $Y$  میں گزرے ان تمام شرائط کو پورا کر سکتا ہے۔



اگر مخروط کا زاویہ میلان اس زاویہ سے چھوٹا ہو جو خط اب، مستوی مرے بناتا ہے تو اس مسئلہ عملی کا حل ناممکن ہو جاتا ہے۔

اب شکل ۱۱۱ دیکھو۔ مستوی مرے کا اور نیز خط اب کا ایک رُوکار بناؤ۔ نقطہ ی کو دریافت کرو جو ان دونوں کے نقطہ تقاطع کا سطحی نقشہ ہے اور اس کو نشان کرلو۔ یہیں سے مستوی مرے کے علی القوالم ایک خط کھینچو۔ مستوی مرے اس کے تقاطع کے نقطہ ج کا ایک رُوکار دریافت کرو۔ رُوکار اس اور ج کو محور قرار دے کر مخروط کا رُوکار ڈے کھینچو جس کا خط تکوین مستوی مرے کے رُوکار کے ساتھ ۹۰° کا زاویہ بنائے۔

اس مسئلہ کو اب طریقوں سے ختم کیا جاسکتا ہے :-

(۱) یہ قاعدہ شکل ۱۱۱ میں دکھایا گیا ہے اور یہ زیادہ صحیح ہے۔ نقطہ ی کو جو خط اوری کے مستوی کا نقطہ رُوکار ہے عملی طریقہ سے حاصل کرو۔ مخروط کے قاعدہ کا رُوکار بھی اسی طرح حاصل کرو۔ حاصل شدہ سطحی نقشہ ایک دائرہ د ف ہوگا۔ ی ف اوری گ دائرہ کے دو تماس نقطہ ی سے کھینچو۔ نقاط ف اور گ کو مستوی مرے میں عملی طریقہ سے مکرر دریافت کرو اور اس طرح نقاط ف گ حاصل کرو۔

نقطہ ف کو مکرر، عملی طریقہ سے دریافت کرنا :-

ف سے ایک تقلیلی خط ایسا کھینچو کہ لا ما خط کوف پر قطع کرے۔ رُوکار مرکز اور و ف کو نصف قطر مان کر ایک قوس کھینچو جو مستوی مرے کے رُوکار کوف میں قطع کرے (اس طرح نقطہ ف گردش کرنے کے بعد مستوی مرے میں آ جائیگا)۔ ف سے تختی تقلیل پھر کرنی ہوگی۔ ف سے ایک خط لا ما کے متوازی اس طرح کھینچو کہ اس تقلیلی خط کوف میں قطع کرے۔ رُوکار سے ف کا شمار کر کے نشان کرلو۔ نقطہ گ اسی طرح مکرر عملی طریقہ سے دریافت کیا جائے۔

دونوں مستوی ص اور ص، جو ی ف اور ی گ ہیں سے علی الترتیب گزرتے تھے مطلوبہ مستوی ہیں۔ شکل ۱۱۱ میں ان مستویوں کو کھینچنے کا عملی طریقہ نہیں بتایا گیا ہے۔

(۲) مخروط کے سطحی نقشہ کی تختی تقلیل کرلو۔ اس کے قاعدہ کا سطحی نقشہ



ایک شکل ناقص ہوگا جس کا محور اصغر راج میں واقع ہے (یہ مخروط کے محور کا سطحی نقشہ ہے) نقطہ ج ناقص کا مرکز ہوگا۔ یہی ہے اس ناقص کے مماس کھینچنے سے پیدا اور گہ نقاط حاصل ہو جائیں گے۔

مسئلہ عملی ۲۱۸۔ ایک دیے ہوئے نقطہ میں سے مطلوب میلان کا ایک ایسا مستوی کھینچنا جو ایک دیے ہوئے مستوی سے معلوم زاویہ بنائے (پلیٹ ۲۳ - شکل ۱، ۲، ۳، ۴)۔

فرض کرو کہ مثلاً ایک نقطہ پیپ سے ایک مستوی کھینچنا مطلوب ہے جو ۱۔ ہر سے ۲۰° مائل ہو اور ایک دیے ہوئے مستوی ہر سے ۸۰° کا زاویہ بنائے۔

شکل ۱ میں فرض کرو کہ پیپ دیا ہوا نقطہ اور ہر دیا ہوا مستوی ہے۔

پیپ کو مشترک راس مان کر دو مخروط کھینچو۔ ان میں سے ایک قائم مخروط ہو جس کا محور

۱۔ ہر کے علی القوائم اور اس کا خط تکوین ۲۰° کا زاویہ بنائے۔ اور دوسرا ایک ترچھا

مخروط ہو جس کا محور مستوی ہر کے علی القوائم اور اس کا خط تکوین مستوی ہر سے ۸۰° مائل

ہو۔ شکل ۱ سے یہ ظاہر ہے کہ اگر ایک مستوی ع دونوں مخروطوں کا مماس کھینچنا

جائے تو یہ مطلوبہ شرائط کو پورا کرے گا۔ قائم مخروط کا مماس ہونے کی وجہ سے وہ ۲۰°

۱۔ ہر سے مائل نہیں ہے اور ترچھے مخروط کو مماس ہونے کی وجہ سے ہر کے ساتھ ۸۰°

کا زاویہ بھی بناتا ہے۔ نیز یہ نقطہ پیپ سے گزرتا بھی ہے۔

اس کے علاوہ یہ صاف نظر آتا ہے کہ چار مماسی مستوی ان شرائط کو پورا

کرتے ہوئے کھینچے جاسکتے ہیں۔ دو، دونوں مخروطوں کے باہر اور دو، مخروطوں میں

سے گزرتے ہوئے۔ لیکن اگر دونوں مخروطوں کے قاعدے خارجاً ایک دوسرے کو

مس کر دیں تو ایسی حالت میں صرف تین مستوی ممکن ہوں گے۔ البتہ اگر قاعدے ایک

دوسرے کو قطع کریں تو اس صورت میں صرف دو مستوی ممکن ہوں گے۔

اب شکل ۱ کو دیکھو۔ مستوی ہر اور پیپ کا ایک رُک کار کھینچو۔ پیپ کو

مشترک راس مان کر دونوں مخروطوں کے رُک کار کھینچو۔ ایک کا محور لایھا خط کے



علی القوائم اور اس کا خط تکوین لایا خط سے ۷۰ کا زاویہ بناتے ہوئے اور دوسرا  
مستوی اسی کے مرکز پر کے علی القوائم اور اس کا خط تکوین مستوی ہر سے ۸۰ مائل ہو۔  
اس مخروط کا ڈھانچہ اور ج پر قطع کرتا ہے۔  
دونوں مخروطوں کے سطحی نقشے کھینچو۔ قائم مخروط کا سطحی نقشہ دائرہ ہوگا جس کا  
مرکز نقطہ پیم ہوگا۔ مشترک راس کا سطحی نقشہ بھی پیم ہوگا۔ ترجیحے مخروط کے قاعدے  
کا سطحی نقشہ ایک ناقص ہے جس کا محور اعظم مخروط کے محور کے سطحی نقشے پر واقع ہے۔  
دوسرے لفظوں میں، خط پیم ج پر۔ نقاط ب اور ج کی تحتی تفصیل کرو اور اس  
طرح اعظم محور کا طول ب ج حاصل کرو۔ ب ج کو ۱ میں تقسیم کرو۔ اس نقطہ کا  
سطحی نقشہ ۱ ناقص کا مرکز ہوگا۔ ایک خط ۱ میں سے ب ج کے علی القوائم کھینچا  
جائے تو یہ محور اصغر کی سمت ہوگی۔

### محور اصغر کا طول دریافت کرنا

شکل ۷ دیکھو۔ ب س ج ایک ناقص ہے۔ یہ مخروط کی تراش کو  
جو مخروط میں سے گزرنے والے افقی قاطع مستوی سے بنتی ہے دکھاتا ہے۔ (نقطوں  
کے حروف شکل ۷ میں دکھائے ہوئے حروف کے متناظر ہیں)۔ محور اعظم ب ج  
اور نقطہ ۱ ناقص کا مرکز حاصل ہو چکے ہیں۔ اس یا محور اصغر کا نصف اب  
دریافت کرنا مطلوب ہے۔ ناقص کے مرکز ۱ میں سے گزرنے والے اور محور کے  
علی القوائم مستوی سے بنائے ہوئے، مخروط کی تراش کا نقشہ کھینچو۔

یہ دائرہ د س ی ہے جس کا مرکز و ہے۔ ۱ میں سے گزرنے والا  
دی پر کا ایک عمود ناقص ب س ج اور دائرہ د س ی دونوں کو ان  
کے نقطہ تقاطع پر قطع کرتا ہے۔ تب اس نصف محور اصغر ہوگا جو محور اکبر  
ب ج کے علی القوائم ہے اور ناقص کے مرکز ۱ میں سے کھینچا گیا ہے۔  
پھر شکل ۷ کو دیکھو۔ نقطہ ۱ میں سے دی مخروط کے محور کے علی القوائم  
کھینچو اس طرح کہ یہ محور کوہ پر قطع کرے۔ ہ کو مرکز اودہ ڈ کو نصف قطر قرار دے کر  
ایک نصف دائرہ کھینچو شکل ۷ میں یہ نصف دائرہ د س ی کی تعبیر کرتا ہے۔



و سے ڈی پر اُس ایک عمود کھینچو جو نصف کرہ کے محیط کو س پر قطع کرے۔  
تب اُس نصف محور اصغر کا طول ہوگا۔ اس کو اُس کے ہر دو جانب محور اصغر کی  
سمت میں جو دریافت کی گئی ہے ناپ لو۔ ناقص کو مکمل کر لو۔ دائرہ اور ناقص کے  
چار مشترک سہاس کھینچ لو۔ یہ مطلوب مستویوں کے خاکہ خطوط (۵) ہونگے۔  
پہم میں سے متوازی خطوط کھینچو اور چاروں مطلوب مستویوں  $E_1 E_2 E_3 E_4$  کے  
ڈھلواں پیمانوں کی درجہ بندی کر لو۔

## مشقی سوالات

- (۱) ایک بالا خانہ پر چڑھنے کے لیے پانچ سیڑھیاں بنی ہوئی ہیں جن میں سے  
ہر ایک کی بلندی اور قدم گاہ افٹ ہے۔ سب سے پہلی سیڑھی کے زین حصہ کے  
دو فٹ کے فاصلہ سے لکڑی کے ایک ستوی تختہ کا (جو سیڑھیوں سے مائل اور  
زمین سے ۸۰ کا زاویہ بناتا ہے) ایک رخ شروع ہوتا ہے۔ سب سے اوپر کی  
سیڑھی کے کنارے میں سے ایک اور لکڑی کے ایسے تختے کا نقشہ کھینچ کر دکھاتے ہو  
پہلے تختہ سے زاویہ قائمہ بنائے۔ دوسرے تختہ کا زمین کے ساتھ میلان کیا ہوگا؟
- (۲) ایک نقطہ پہم میں سے ایک مستوی کھینچو جو ایک دیے ہوئے  
دو ایچ کے خط لہجہ کے علی القوائم ہو۔
- (۳) دو ایچ کے ضلع کا ایک مربع کھینچو اور اس کے تین کونوں کو  
ایچ سے تعبیر کرو۔ اُس چھوٹے سے چھوٹے خط کا طول دریافت کرو جو  
ایچ سے ایچ تک کھینچا جاسکے۔
- (۴) ایک مستوی کے ۵ اور ۲۵ کے ہم ارتفاعی خطوط، دو متوازی  
خطوط سے تعبیر کیے گئے ہیں جن کے درمیان ۲ ایچ کا فاصلہ ہے۔ ایک ایسے  
نقطہ پہم سے جو دونوں خطوط سے مساوی فاصلوں پر ہو اس مستوی پر ایک  
عمود کھینچو اور اس کے سطحی نقشہ کا طول دریافت کرو۔
- (۵) دو خطوط لہجہ ایچ وہم میں سے ہر ایک کا طول سطحی نقشہ میں ۲ ایچ ہے  
اور اُن کے سرے ایک دوسرے سے ۶ اور ۱۲ کے فاصلہ پر ہیں۔ لہجہ ایچ

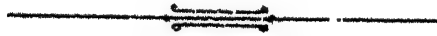


سے ایک مستوی کھینچو جو ج د سے ہر کے متوازی ہو۔  
 (۶) ایک مستقیم مسدس (ضلع  $\frac{1}{2}$  ا) کے زاویوں کو بالترتیب حروف  
 ا ب ج د ی ہ سے تعبیر کرو۔ ایسے متوازی مستوی کھینچو جن میں ا ب اور  
 ج د واقع ہوں اور د ی اور ا ہ کے درمیان اقل ترین فاصلہ پ ن تک  
 دریافت کرو۔

(۷) ایک مستوی م د ۴۔ ہ سے ۵۰ مائل ہے۔ اس مستوی میں ایک خط ا ب  
 ایسا کھینچو کہ جو ۵ مائل ہو اور اس خط میں سے ایک مستوی ن ایسا کھینچو جو ہ  
 کے ساتھ ۴۰ کا زاویہ بنائے۔  
 (۸) ایک مستوی م د ۴۰ مائل ہے۔ ایک افقی خط (سطح ۱۰) ہ کے  
 ہم ارتعاعی خطوط کے ساتھ ۳۵ کا زاویہ بنانا ہے۔ دریافت کرو کہ یہ مستوی کے  
 ساتھ کتنا زاویہ بنائیگا۔

(۹) دو خطوط ا ب اور ب ج کے سطحی نقشے ۲۰ کا زاویہ بناتے ہوئے  
 ملتے ہیں نقاط ا اور ج ایک ہی افقی سطح پر ہیں۔ خط ا ب کا میلان ۲۵ کا  
 ہے۔ خط ب ج کا رُوکار کھینچو۔

(۱۰) دو خطوط (جن کا میلان  $\frac{1}{2}$  اور  $\frac{1}{4}$  ہے) کے سطحی نقشے ۶۰ کا  
 زاویہ بناتے ہوئے ملتے ہیں۔ ان کے درمیان صحیح زاویہ دریافت کرو۔





# بارہواں باب

## محاسنی تظیل کے متعلق فریڈل

نقشہ کشی حصہ اول کے صفحہ ( ۲۱۲ ) میں جو تین بقیہ سورتیں بیان کی گئی تھیں ان پر یہاں غور کیا جائیگا۔

### صورت پنجم

ایک رخ کامیلان اور اس رخ میں کے کسی ایک خط کامیلان اگرو یا جائے۔

مسئلہ ۲۱۲ میں یہ بتایا گیا تھا کہ کسی مستوی کثیر الاضلاع کی صحیح شکل کس طرح دریافت کی جاتی ہے۔ اگر اس مستوی شکل کو ہم کسی مجسمہ کا ضلع یا قاعدہ قرار دیں تو رُودکار کے ذریعہ مجسمہ کا سطحی نقشہ اس طرح کھینچا جاسکتا ہے کہ اس کے قاعدہ کا ایک ضلع ایک ایسے مستوی میں واقع ہو جو ۱۔ مرتے مائل ہے۔

مگر اس حالت میں قاعدہ میں کے چند نقطوں کی بلندیوں (Levels) کا معلوم ہونا ضروری ہے تاکہ مستوی میں خطے کا مقام معین کیا جاسکے۔ اس فریڈل کی ضرورت مسئلہ زیر غور میں اس وجہ سے باقی نہیں رہتی کہ دیے ہوئے رخ میں خط کامیلان معلوم کر دیا جاتا ہے۔

اس قسم کے مجسمہ کے نمونہ کو دیکھنے سے واضح ہوگا کہ مستوی کے میلان کے علاوہ اگر خطے کے کسی خط کامیلان جو اس مستوی میں واقع ہو دیا جائے تو خطے کی



کے ٹھیک مقام کا تعین کیا جاسکتا ہے۔

مسئلہ علی ۲۱۹۔ ایسا مسدسی مینار (Hexagonal Pyramid)

کھینچنی (قاعدہ کا ضلع ایک اینچ، بلندی ۲ اینچ) جس کے قاعدہ کا مستوی  
۱۔ ہر سے ۵۵ کا زاویہ بنائے اور قاعدہ کا ایک ضلع ا ب ۳۵ پر  
مائل ہو (پلیٹ ۲۳ - شکل ۱۷)۔

مستوی ہر کا جو ۵۵ مائل ہو روکار اور سطحی نقشہ کھینچو۔ اس مستوی میں کسی  
نقطہ پر ایک خط لا لاکھینچو جو ۳۵ مائل ہو (مسئلہ علی ۲۱۸)۔  
۱۔ ہر میں ایک خط لا لاکھینچو جس کے ذریعہ اس طرح حاصل کرو (مسئلہ ۲۱۸)  
کہ نقطہ لاکہ تظلیل مستوی کے روکار تک نقطہ لا پر ہو۔ رو کو مرکز اور رو کو نصف  
قطر مان کر نقطہ لا کو خط لاھا پر نقطہ لا پر لاؤ۔ نقطہ لا میں سے لاھا کے علی القیوم  
ایک خط سے جو نقطہ لا میں سے لاھا کے متوازی خط کو قطع کرتے ہوئے کھینچا جائیگا  
نقطہ لا حاصل ہوگا اور الا خط لاکہ تعبیر کریگا جو ۱۔ ہر میں ہندسی عمل کے ذریعہ  
سے حاصل کیا گیا ہے۔ الا پر مسدس (ایک اینچ ضلع کا) ا ب ج دی ف  
کھینچو۔

ان میں سے ہر ایک نقطہ کو مستوی ہر میں ”عملی طریقہ سے“ مکرر حاصل  
کرو ”اعد مینار کے“ قاعدہ ا ب ج دی کا سطحی نقشہ ۱۔ ہر سے ۵۵ کا  
زاویہ بناتے ہوئے حاصل کرو۔

ان نقطوں کو عملی طریقہ سے ”مکرر“ حاصل کرنے کا قاعدہ ”ہندسی عمل“ کے  
بالکل متضاد ہوتا ہے اور یہ کسی شے کو ۱۔ ہر کے باہر کسی مطلوب مستوی میں اُٹار کھنے  
پر مشتمل ہے۔ مثلاً نقطہ د خط لاھا میں د پر تظلیل کیا جاتا ہے۔ رو کو مرکز اور  
رو کو نصف قطر قرار دے کر نقطہ د کو نقطہ د پر مستوی ہر کے روکار میں اُٹا دیا  
جاتا ہے۔ نقطہ ڈ کی تظلیل نیچے کی جانب کی جاتی ہے حتیٰ کہ یہ خط لاھا کے متوازی



ایک خط کو جو نقطہ د میں سے گزرتا ہے مطلوب نقطہ د پر قطع کرتا ہے۔  
 شکل کی تکمیل کرنے کے لیے سدس کا مرکز  $C$  دریافت کرو اور اس کو مستوی  
 میں نقطہ  $E$  میں علی طریقہ سے مکرر حاصل کرو۔  $E$  پر  $BC$  ایک عمود مستوی م  
 کا پھینچو جو  $2$  لچ لبا ہو۔ نقطہ  $E$  کو نیچے کی جانب اس طرح تقابیل کرو کہ وہ خط لایا  
 کے متوازی ایک خط کو جو نقطہ  $E$  میں سے گزرتا ہے  $E$  پر قطع کرے۔ شکل کو مکمل کرلو۔

## صورت ششم

دو کناروں یا وتروں کا میلان اگر دیا جائے۔

اوپر بیان کی ہوئی حالت میں مستوی کا میلان جس میں ایک منحنی واقع ہے  
 دیا گیا تھا۔ اب جو صورت بیان کی جائیگی اُس میں مستوی کا میلان دریافت کرنا ہوگا۔  
 جو طریقہ یہاں اختیار کیا گیا ہے وہ شکل ۷ پلیٹ (۲۳) کو دیکھنے سے اچھی طرح  
 سمجھ میں آجائیگا۔

فرض کرو کہ خطوط  $AB$  اور  $BC$  ایک مجسمہ کے کسی منحنی کے دو متصل کناروں  
 کو تعبیر کرتے ہیں۔ اور  $AB$  زاویہ  $E$  اور  $BC$  زاویہ  $B$  بناتا ہے۔ فرض  
 کرو کہ  $AC$  ایک افقی مستوی ہے جو  $AB$  اور  $BC$  کو  $F$  اور  $G$  نقطوں  
 پر قطع کرتا ہے۔  $B$  سے ایک عمود  $A$ ۔  $H$  پر پھینچو جو  $A$ ۔  $H$  کو  $B$  پر قطع کرے۔  
 تب  $B$ ،  $F$ ،  $G$ ،  $B$  ایک مثلث قائم الزاویہ ہوگا جس کا زاویہ  $B$   $F$ ،  
 $E$  کے مساوی ہے اور  $B$ ،  $F$ ،  $G$ ،  $B$  ایک اور قائم الزاویہ مثلث ہے جس کا  
 زاویہ  $B$ ،  $F$ ،  $G$ ،  $B$  کے مساوی ہے۔ اور  $F$ ،  $B$ ،  $F$ ،  $G$ ،  $B$  کا اور  
 $F$ ،  $B$ ،  $F$ ،  $G$ ،  $B$  کا سطحی نقشہ بھی ہے۔  $B$  سے  $F$ ،  $F$ ،  $G$ ،  $B$  پر ایک عمود پھینچو  
 جو اس کو  $D$  پر قطع کرے۔  $OB$  کو ملاؤ۔ تب زاویہ  $B$  و  $B$  اُس مستوی  
 کا زاویہ میلان ہوگا جس میں دونوں خطوط  $AB$  اور  $BC$  واقع ہیں۔  
 اگر زاویہ  $F$ ،  $B$ ،  $F$ ،  $G$ ،  $B$  +  $E$  +  $B$  =  $90^\circ$  تو مستوی انتہائی ہوگا۔ اگر  
 اس کی قیمت  $90^\circ$  سے بڑھ جائے تو اس مسئلہ کا حل ناممکن ہے۔



مسئلہ علی ۲۲۰۔ ایک مثلثی مینار (قاعدہ کا ضلع اور بلندی ۲ اینچ) ایسا کھینچنا جس کے قاعدہ کے دو متصل اضلاع ۴۰ اور ۴۰ مائل ہوں (شکل ۷۔ پلیٹ (۲۳)۔)

مینار کے مثلثی قاعدہ کا سطحی نقشہ اب ج جو ا۔ مر میں واقع ہو چکا ہو۔ ضلع اب کے کسی مناسب نقطہ (مثلاً ۱) سے اب ایک خط کھینچو ج را اب کے ساتھ ۴۰ کا زاویہ بنائے۔ ب سے اب پر ب ایک عمود کھینچو۔ ب کو مرکز اور ب ب کو نصف قطر قرار دے کر ایک قوس کھینچو۔ اور ف اب اس قوس کا ایک مماس کھینچو جو ب ج سے ۴۰ کا زاویہ بنائے۔ اس کے لیے سب سے سہل طریقہ یہ ہے کہ ب ج کے ساتھ ۴۰ کا زاویہ بناتے ہوئے ایک خط کھینچو اور اس کے متوازی مماس کھینچو۔ اس مماس کے علی القوائم ایک نصف قطر ب ب کھینچو۔ اب چونکہ ب ب اور ب ب مساوی ہیں اس لیے نقاط ا اور ف کا ایک ہی بلندی پر ہونا ضروری ہے (شکل ۷ میں اس کو ف ف سے تعبیر کیا گیا ہے)۔ ف اور ا کو ملانے سے مطلوب مستوی مر کا ایک ہم ارتفاعی خط حاصل ہو جائیگا۔

مستوی کا رُوکار حاصل کرنے کے لیے ہم ارتفاعی خط ف ا کے علی القوائم ایک۔ لاما کھینچو۔ قوس ب ب کا نصف قطر اب ا۔ مر کے اوپر نقطہ ب کی بلندی کو تعبیر کریگا (جس کی بلندی ہم ارتفاعی خط ف ا کی بلندی کے مساوی ہوگی)۔ خط لاما کے متوازی اس سے ب ب کے فاصلہ پر ایک خط کھینچو۔ ب کی لاما خط کے اوپر تقطیل کرو اور نقطہ ب حاصل کر لو۔ و کو مرکز قرار دے کر (یہ وہ نقطہ ہے جہاں ہم ارتفاعی خط ف ا خط لاما سے ملتا ہے) و ب نصف قطر سے ایک قوس کھینچو جو ”متوازی خط“ کو ب میں قطع کرے۔ و ب کو ملاؤ۔ و ب (دونوں جانب خیر معین حد تک بڑھانے کے بعد) مستوی مر کا رُوکار ہوگا اور اس میں اضلاع اب اور ج ب کے رُوکار واقع ہونگے جب کہ



وہ مستوی میں ہوں مسئلہ کی تکمیل بالکل اسی طرح نقطوں کو ثنی طریقہ سے مکرر حاصل کرنے سے ہوگی جیسا کہ اس سے پہلے کے مسئلہ میں بتایا گیا ہے۔

## صورت ہفتم

دو متصل رُخوں کا میلان اگر دیا جائے

یہاں ہم پہلے کسی مجسمہ کی عام حالت سے بحث کریں گے۔ یہ ظاہر ہے کہ ان دو مستویوں کے درمیان (جن میں دونوں متصل رُخ واقع ہوں) ٹھوس زاویہ (Solid angle) دریافت کرنا اولاً ضروری ہے اس کے بعد ہم دیے ہوئے زاویہ میلان کے دو مستوی ایسے کھینچ سکتے ہیں جو ایک دوسرے سے ایک دیا ہوا زاویہ بنائیں (مسئلہ عملی مسئلہ ۱) اور ان کا خط تقاطع دریافت کیا جاسکتا ہے۔ اس طریقہ سے دونوں رُخوں کے مشترک کنارہ کا غیر معین سطحی نقشہ حاصل ہو جائیگا۔ اس کنارہ کو ہندسی عمل سے ۲۔ میں دیے ہوئے دونوں اضلاع میں سے ایک کے مستوی کے ذریعہ حاصل کرو۔ اس طرح حاصل کیے ہوئے خط پر اس ضلع کا سطحی نقشہ کھینچو جو ۱۔ میں واقع ہے۔ "مکرر" حاصل کرنے کے قاعدہ سے اس سطحی نقشہ کو دیے ہوئے مستوی میں عملی طریقہ سے حاصل کرو اور مطلوب مقام میں ضلع کا سطحی نقشہ کھینچ لو۔ اب پھر ہندسی عمل سے ۱۔ میں دوسرے رُخ کے مستوی سے مشترک کنارے کے سطحی نقشہ کو تعبیر کرنے والے خط کو حاصل کرو دوسرے رُخ کے سطحی نقشہ کو حاصل کرنے کے لیے وہی طریقہ اختیار کرنا چاہیے جو اوپر بیان کیا گیا۔ اس طرح حاصل کیے ہوئے کناروں کے متوازی خط کھینچنے سے مجسمہ کا سطحی نقشہ حاصل ہو جائیگا۔

مسئلہ ۲۲۱ کو بغور مطالعہ کرنے سے عام صورت حال اچھی طرح

سمجھ میں آجائیگی۔

مکعبوں اور مستطیلی منشوروں کے لیے ایک سادہ ترین طریقہ کا اطلاق ہو سکتا ہے۔ ان مجسمات میں ہی رُخ کا کنارہ یا خود رُخ متصل رُخ کے مستوی کے علی التوابع ہوتا ہے اور اس کے حل کا طریقہ عمل مسئلہ ۲۲۱ میں بتایا گیا ہے۔



**مسئلہ عملی ۲۲۱۔** ایک مخمس مینار (قاعدہ کے ضلع کا طول ۸ وانچ اور مائل رخ قاعدہ سے ۵۰° کے زاویے بناتے ہوئے) کا سطحی نقشہ کھینچنا جب کہ دو متصل رخ علی الترتیب ۳۰° اور ۵۲° کا میلان رکھتے ہوں (پلیٹ ۲۴ - شکل ۱۷)۔

ایک مستوی ہر کا جو ۳۰° مائل ہو سطحی نقشہ اور روکار کھینچو۔ کسی مناسب نقطہ پر سے ایک مستوی ن ایسا کھینچو جو ہر کے ساتھ ۵۰° کا زاویہ بنائے اور ۵۲° مائل ہو۔ (مسئلہ عملی ۱۷۱)۔ دونوں مستویوں کا تقاطع ر پ دریافت کرو۔ مستوی ہر سے ہندی عمل سے ۱۔ ہر میں ر پ کو کھینچ کر ر پ کو حاصل کرو۔ ر پ کے کسی مناسب حصہ پر اب ایک خط ۸ وانچ کا ناپ کر لو اور ا ب ج د ی مجسمہ کے قاعدہ کا مستوی کھینچو۔ مکرر حاصل کرنے کے قاعدہ سے پانچ نقطوں ا ب ج د ی کو مستوی ہر میں حاصل کرو اور ر پ ج د ی ۳۰° مائل رخ کا سطحی نقشہ دریافت کرو۔ اب پھر ہندی عمل سے قاطع خط ر پ کو مستوی ن سے ۱۔ ہر میں لا کر ر پ حاصل کرو۔ اس خط پر مجسمہ ا ب ج د ی کے ایک رخ کا سطحی نقشہ حاصل کرو۔ ”مکرر“ حاصل کرنے کے قاعدہ سے نقاط ب ج د ی کو مستوی ن میں لاؤ اور ر پ ج د ی متصل رخ (جو ۵۲° مائل ہے) کا سطحی نقشہ حاصل کرو۔ مجسمہ کی تکمیل کرو۔

**مسئلہ عملی ۲۲۲۔** ایک مکعب (ضلع ۱۱ وانچ) کا سطحی نقشہ کھینچنا جس کے دو متصل رخ علی الترتیب ۳۰° اور ۵۲° مائل ہوں (پلیٹ ۲۴ - شکل ۱۷)۔

ایک مستوی ہر کا جو ۳۰° مائل ہو روکار اور سطحی نقشہ کھینچو۔ ن پر اس مستوی کے روکار کے علی القوائم ن پ ایک عمود کھینچو۔ اب ن پ مکعب کے



مستوی ہر میں واقع ہونے والے رُخ کے علی القوام کنارے کی غیر معین سمت کو تعبیر کریگا۔ ن پ میں سے ایک مستوی ن ۴۰ مائل کھینچو (مسئلہ علی ۱۹۴) اور ن س مستوی ہر اور ن کا تقاطع دریافت کرو۔ ہندی علی سے ن س کو ۱۰ ہر میں ن س میں حاصل کرو اور اس خط پر ایسا ایک مستوی کھینچو جس میں مکعب ن ا ب ج کا ایک رُخ واقع ہو۔ ان نقطوں کو مستوی ہر میں منظر حاصل کرنے کے قاعدہ سے دریافت کرو اور اس طرح رُخ ن ا ب ج حاصل کرو۔ ن پ کو مکعب کے ضلع کے مساوی بناؤ اور ن پ سطحی نقشہ حاصل کرو۔ مطلوب سطحی نقشہ کی تکمیل ان حاصل کیے ہوئے خطوط کے متوازی کھینچنے سے ہو سکتی ہے۔

### مشقی سوالات

- (۱) ایک منظم سدس ا ب ج د ی ف مستوی ہر میں جو ۳۵ مائل ہے واقع ہے۔ سدس کا ایک ضلع ا ف ۵۰ مائل ہے۔ اس کا سطحی نقشہ کھینچو۔
- (۲) ایک مکعب کا کنارہ (۲ اینچ مربع) ۳۵ مائل ہے۔ اس کے رُخوں میں سے ایک رُخ جس میں کنارہ واقع ہے ۳۰ مائل ہے۔ مکعب کا سطحی نقشہ کھینچو۔
- (۳) ایک مثلث متساوی الاضلاع (۲ اینچ ضلع) کا سطحی نقشہ کھینچو جب کہ دو متصل ضلع علی الترتیب ۳۰ اور ۴۰ مائل ہوں۔
- (۴) ایک قائم مدی منشور (قاعدہ کا ضلع ۱ اینچ، طول ۲ اینچ) کا سطحی نقشہ اور رُخ کار کھینچو جب کہ دو متصل کنارے علی الترتیب ۳۵ اور ۴۰ مائل ہوں۔
- (۵) ایک مہشت سطحی (ضلع ۲ اینچ) کا سطحی نقشہ کھینچو جب کہ دو متصل ضلع علی الترتیب ۳۰ اور ۴۰ مائل ہوں۔
- (۶) ایک مکعب (کنارہ ۲ اینچ) کا ایک رُخ ۴۵ مائل ہے اور اس رُخ کے ایک وتر کا زاویہ میلان ۲۰ ہے۔ اس کا سطحی نقشہ کھینچو۔
- (۷) ایک قائم منشور کا قاعدہ مثلث متساوی الاضلاع ہے جس کے ضلع کا طول ۲ اینچ ہے۔ اس کی بلندی ۳ اینچ ہے۔ اس کا ایک سطحی نقشہ کھینچو جب کہ ایک رُخ ۵۰ مائل ہو اور اس رُخ اور اُس کے متصل کے رُخ کا خط تقاطع ۹۰ مائل ہو۔



(۸) ایک مینار کا سطحی نقشہ کھینچو جس کا قاعدہ  $2$  انچ کے ضلع کا مربع ہے اور بلندی  $3$  انچ ہے) جب کہ اس کا قاعدہ  $50$  مائل اور قاعدہ کے کناروں میں سے ایک  $20$  مائل ہو۔

(۹)  $2\frac{1}{2}$  انچ ضلع کے ایک مربع  $1$  ب ج  $5$  کا سطحی نقشہ کھینچو جب کہ کونا  $1$  ایک انچ اور کونا  $2$   $1\frac{1}{2}$  انچ  $1$ ۔ مر سے اٹھا ہوا ہو۔

(۱۰)  $2\frac{1}{2}$  انچ کنارے کے ایک چوسطی کا سطحی نقشہ کھینچو جس کے دو متصل کنارے علی الترتیب  $3$  اور  $20$  مائل ہوں۔

(۱۱) ایک مربع منشور (قاعدہ کا کنارہ  $1\frac{1}{2}$  انچ، بلندی  $3$  انچ) کا ایک چھوٹا کنارہ  $50$  مائل اور اس کے متصل کا ایک بڑا کنارہ  $20$  مائل ہے۔ اس کا سطحی نقشہ کھینچو۔

(۱۲) ایک مدسی قاعدہ کے مینار (قاعدہ کا ضلع  $1\frac{1}{2}$  انچ اور بلندی  $2\frac{1}{2}$  انچ) کے دو متصل کناروں میں سے بڑا  $50$  اور چھوٹا  $20$  مائل ہے اس کا سطحی نقشہ کھینچو۔

(۱۳) ایک ہشت سطحی (کنارہ  $2\frac{1}{2}$  انچ) کا سطحی نقشہ کھینچو جب کہ اس کے ایک رخ کے دو کنارے  $22$  اور  $25$  مائل ہوں۔

(۱۴) ایک ہشت سطحی (کنارہ  $2\frac{1}{2}$  انچ) کا ایک وتر  $25$  مائل اور ایک اور وتر  $30$  مائل ہے۔ مجسمہ کا سطحی نقشہ کھینچو۔

(۱۵)  $2$  انچ کنارہ کے ایک مکعب کے دو متصل ضلع  $20$  اور  $25$  مائل ہیں اس کا سطحی نقشہ کھینچو۔

(۱۶)  $2\frac{1}{2}$  انچ کنارہ کے ایک چوسطی کے دو متصل ضلع  $50$  اور  $50$  مائل ہیں۔ اس کا سطحی نقشہ کھینچو۔

(۱۷) انگریزی حرف  $3$  (۳) انچ اونچا اور انتہائی عرض  $2\frac{1}{2}$  انچ ایسی چیز کا بنایا گیا ہے جس کی تراش  $2\frac{1}{2}$  انچ مربع ہے۔ اس کا سطحی نقشہ کھینچو جب کہ وہ ایک ایسے مستوی پر رکھا ہوا ہو جو  $1$ ۔ مر سے  $35$  مائل ہو۔ حرف کا قاعدہ مولاً  $25$  مائل ہوا کرتا ہے۔

(۱۸) ایک مخمس منشور (قاعدہ کا کنارہ  $1\frac{1}{2}$  انچ۔ بلندی  $3$  انچ) کے دو متصل



نقشہ ۳۰ اور ۵۵ مائل ہیں۔ اس کا سطحی نقشہ کھینچو۔

(۱۹) ایک قائم مربع مینار (قاعدہ کا کنارہ ۲ انچ \* بلندی ۲ ۱/۲ انچ) کے دو متصل منج ۳۰ اور ۶۰ مائل ہیں۔ اس کا سطحی نقشہ کھینچو۔

(۲۰) ایک مکعب دو وتر کا طول ۵۱۲ انچ کے تین زاویوں کے سطحی نقشہ

ایک نقطہ پر ملتے ہیں اور ایک دوسرے سے علی الترتیب ۹۱۵، ۱۱۰۶ اور ۱۳۰ کے زاویے بناتے ہیں۔ مکعب کی تکمیل کرو۔

(۲۱) ایک ٹیس کا جب کہ یہ بند ہو نا پ ۳ انچ  $\times$  ۲ انچ  $\times$  ۱ انچ ہے۔

ڈھکن کا عمق ۱/۲ انچ ہے۔ دھوٹائی نظر انداز کر دی جائے۔ اس کا ایک کونا ۱-۵ میں ہے اور ایک سرانہ ۵۰ اور پیندا ۵۰ مائل ہے۔ کس کا ایک سطحی نقشہ کھینچو جب کہ اس کا ڈھکن ۳۰ کے زاویہ تک کھلا ہوا ہو۔

(۲۲) ایک مکعب کے ایک رخ کے تین کونے ۱۰۰، ۱۰۰ اور ۲۱/۲ کے علی الترتیب ہمواریوں پر ہیں۔ مکعب کا نقشہ کھینچو اور اس کے مرکز کی ہمواری دریافت کرو۔

(۲۳) خطوط ارب اور ب ج سطحی نقشہ میں ایک دوسرے سے ۱۱۰ کا

زاویہ بناتے ہیں۔ ب ۳۰ مائل ہے اور ا ب ج ایک زاویہ قائمہ ہے۔ ب ج کا میلان دریافت کرو۔

(۲۴) دو مستوی جو ایک دوسرے کے علی القوائم اور علی الترتیب ۳۰ اور

۵۰ مائل ہوں کھینچو۔ (۲۵) ایک ہشت سطحی کے دو وتر (جس کا کنارہ ۲ انچ ہے) ایک ایسے

مستوی میں واقع ہیں جو ۴۰ مائل ہے۔ وہ مستوی جس میں ان میں سے ایک وتر اور ایک تیسرا وتر واقع ہے ۵۰ مائل ہے۔ ہشت سطحی نقشہ کھینچو۔



# تیرہواں باب

## مجسمات کا باہمی دخول اور ماسی مستویات

طلباء انجینئرنگ کے لیے مجسمات کے باہمی دخول کا مضمون بہت اہم ہے۔ اس کے ذریعہ چھتوں، عمارتوں، وغیرہ کے سطحی نقشے اور رُوکار صحت کے ساتھ سمجھنے جاسکتے ہیں۔ ظاہر ہے کہ یہ مضمون مستویوں کا مجسمات کے ساتھ تفاعل کرنے کی تکمیل اور مسائل علی ۱۹۵ اور ۱۹۹ کے اطلاق سے متعلق ہے۔

اس باب کو دو دفعوں میں تقسیم کیا جاسکتا ہے :-

صورت اول - ایسے مجسمات کا باہمی دخول جو مستویوں سے محدود ہوں۔  
صورت دوم - گردشی مجسمات (Solids of revolution) کا باہمی دخول۔

## صورت اول

ایسے مجسمات کا باہمی دخول جو مستویوں سے محدود ہوں

عام اور اہم ترین قاعدہ اس صورت میں ہم فاصلہ متوازی مستویوں کے ایک ایسے سلسلہ کا استعمال ہے جو دونوں مجسمات کو قطع کریں۔ ان مستویوں کے سطحی نقشے ہم ارتفاعی خطوط ہونگے جو علیحدہ نقطوں میں مجسمات کے ترتیب وار رُوخوں کے تقاطع کے سطحی نقشوں کو قطع کریں گے۔ یہاں درکار یہ ہے کہ ایک مجسمہ کے ایک رُوخ کے کوئی



دو ہم ارتفاعی خطوط (جو بوقت ضرورت بڑھائے بھی جاسکتے ہیں) اور دوسرے مجسمہ کے ایک رخ کے تناظر ہم ارتفاعی خطوط کے تقاطع کو حاصل کیا جائے۔ اس سے اُن رُخوں کے مستویوں کے تقاطع کا سطحی نقشہ حاصل ہو جائیگا اور اگر اس سطحی نقشہ کا کوئی حصہ زیر بحث دونوں رُخوں کے سطحی نقشوں کے اندر آجائے تو یہ حصہ دونوں محطات میں مشترک اور اُن کے مشترک تقاطع کا ایک حصہ ہو جائیگا۔ یہ ضروری نہیں ہے کہ متوازی مستوی افقی ہوں مگر ظاہر ہے کہ ایسے مستویوں کو استعمال کرنا چاہیے جن کے تقاطع محطات کے ساتھ آسانی سے دریافت کیے جاسکیں غور کرنے سے یہ واضح ہوگا کہ یہ طریقہ مسئلہ عملی ۲۲۱ کے طریقہ کی تکمیل ہے۔ مسئلہ عملی ۲۲۱ میں ایک معمولی اور مسئلہ عملی ۲۲۲ میں ایک ادق مثال دی گئی ہے۔

اس عام طریقہ کے علاوہ کئی ایسی ترکیبیں بھی ہیں جن سے بعض صورتوں میں مسئلوں کا حل سہل ہو جاتا ہے اس کے لیے طالب علم کو اپنی ذہانت سے کام لینا چاہیے۔

مسئلہ عملی ۲۲۳ — ایک غیر منتظم مخمس مینار، ایک غیر منتظم

چار ضلع والے مینار میں حسب پلیٹ ۲۴ شکل ۱۔ دخول کرتا ہے۔ ان کے

تقاطع کے اظہار دریافت کرو۔

چار ہم فاصلہ متوازی مستویوں یکم، دوم، سوم، چارم کے رُوکار، محطات کو قطع کرتے ہوئے کھینچو اور ان کے سطحی نقشوں کی دونوں محطات کے سطحی نقشوں پر نیچے کی جانب نقل کر دو۔ اس طرح ہم ارتفاعی خطوط کا ایک سلسلہ حاصل ہو جائیگا۔ ہر رخ کو علیحدہ علیحدہ لو اور ہم ارتفاعی خطوط کے تقاطع حاصل کر لو یعنی اس طرح کہ رخ چ پ کے ہم ارتفاعی خطوط کا تقاطع رخ د و ج کے ہم ارتفاعی خطوط سے اور رخ ج پ کے ہم ارتفاعی خطوط کا تقاطع رخ ی و د کے ہم ارتفاعی خطوط، وغیرہ سے حاصل ہو۔ تب خطوط تقاطع کے وہ حصے جو زیر بحث دونوں رُخوں کے سطحی نقشوں کے اندر واقع ہوں اُن کے مشترک تقاطع کا ایک حصہ ہونگے۔

تقاطع کا رُوکار، نقاط تقاطع کے سطحی نقشوں کو اوپر کی جانب نقل کر دے



حاصل ہوتا ہے۔ شکل میں وضاحت کی غرض سے صرف ایسے تقاطع کا رُوکار بتایا گیا ہے جو مرنی ہیں۔

مسئلہ عملی ۲۲۴ — محشی اور مثلثی میناروں کے باہمی دخول کے (جو پلیٹ ۲۵ شکل ۲ میں دکھائے گئے ہیں) اظلال کھینچو۔

یہ ایک ادق شکل ہے اور یہاں دو متوازی مستویوں یکم اور دوم سے زیادہ مستویوں کا استعمال غیر ضروری ہے۔ ان مستویوں کے سطحی نقشے حاصل کرو۔ مستوی یکم کے ہم ارتفاعی خطوط ”ایک نقطہ والی زنجیر“ سے اور مستوی دوم کے ”دو نقطے والی زنجیر“ سے بتائے گئے ہیں۔ پیچیدہ شکل میں اس امر کی احتیاط ضروری ہے کہ باقاعدگی سے کام کیا جائے اور ہر تقاطع کو اصول کے ساتھ نشان کیا جائے ورنہ نتیجہ سوائے فضول گردی کے کچھ نہ حاصل ہوگا۔ رُخ رُوج اور پ ز ت کے ہم ارتفاعی خطوط کے تقاطع سے شروع کرو جس سے خط ۱، ۲ حاصل ہوگا۔ ترتیب میں اس کے بعد رُخ رُوج اور ت س ز سے خط ۲، ۳ حاصل ہوگا۔ نقطہ ۲ کو حاصل کرنے کے لیے رُخ ت س ز کے ہم ارتفاعی خط دوم کو آگے بڑھائے جانا چاہیے کہ وہ رُخ رُوج کے دوم ارتفاعی خط کو قطع کرنے لگے۔ اس نقطہ کو ۲ سے ملانا چاہیے اور نقطہ ۳ وہ ہوگا جہاں کہ یہ خط رُخ ت س ز پر ختم ہوتا ہے۔ پھر رُوج اور س ر ز سے خط ۲، ۴ حاصل ہوگا۔ باقی کو اسی طرح سمجھ لو حتیٰ کہ آخری نقطہ ۱۲ کو نقطہ اسے ملایا جائیگا اور دخول کا خاکہ (Outline) اس طرح مکمل ہو جائیگا۔ رُوکار، سطحی نقشہ میں حاصل شدہ نقطوں میں سے ہر ایک کی اوپر کی جانب تقلیل کرنے سے حاصل ہوتا ہے۔ ایسے تمام خطوط تقاطع جو مرنے نہیں ہوتے بہت باریک نقطہ دار خطوں سے بتائے جاتے ہیں۔

مسئلہ عملی ۲۲۵ — ایک مثلثی متساوی الاضلاع منشور اور مربع مینار کے باہمی دخول کے جن کے ابعاد پلیٹ ۲۶ شکل ۱ میں دکھائے



گئے ہیں) سطحی نقشہ اور رُوکار کھینچو۔ مینار ۱۔ ہر پیر ٹکا ہوا اور منشور کا ایک سُرُخ ۱۔ ہر سے ۱۸ ماٹل اور اس کا ایک کنارہ بھی ۶۔ ہر سے ۱۸ ماٹل ہے۔

اس مسئلہ کو معمولی طریقہ سے حل کیا جاسکتا ہے مگر حسب ذیل طریقہ زیادہ سہل ہے:۔

دونوں محکمات کا ایک معاون رُوکار ایک ایسے خط لاہا پر کھینچو جو منشور کے کناروں کے علی القوائم ہو۔ اوپر جیسا بیان کیا گیا ہے باقاعدہ طور پر کام شروع کرو اور ہر نقطہ کو یکے بعد دیگرے نشان کرو۔ معاون رُوکار میں کنارہ وُ دُرُخ ف ت ک کو نقطہ ٹی میں قطع کرتا ہے۔ نقطہ ٹی کو سطحی نقشہ و د پر نیچے کی جانب نقلیل کرو اور اس طرح نقطہ ٹی کو حاصل کرو۔ اس نقطہ کی بالائی نقلیل لاہا خط پر کرو اور نقطہ ٹی کو لاہا خط کے اتنا ہی اوپر کاٹ کر لو جتنا کہ ٹی خط لاہا کے اوپر ہے۔ دخول کے نقطوں میں سے ہر ایک سوائے ۴ اوہ کے اسی طرح حاصل ہوگا۔ ان نقطوں کے لیے کنارہ وُ دُرُخ ف ت ک کو قطع نہیں کرتا اس لیے ہم کو ایک نقطہ گت ایسا دریافت کرنا ہے جہاں کہ مستوی کو بڑھایا جائے تو وہ قطع کرے گا اور ک کو سطحی نقشہ و د پر نقلیل کرو۔ نقاط ک اور کم کو ملاؤ اس طرح کہ کنارہ ف کو مطلوب نقطوں ۸ اور ۴ میں قطع کریں۔

مسئلہ عملی ۲۲۶۔ ایک چار ضلعوں والا (۲ اینچ اونچا) منشور ایک مخفی (۲ ۱/۲ اینچ اونچے) مینار میں دخول کیا ہوا ہے اور اس کا مقام پلیٹ ۲۶۔ شکل ۱ میں دکھایا گیا ہے۔ تقاطع کا رُوکار کھینچو۔ اس مسئلہ سے ایسے مسائل کے حل کرنے کا ایک اور طریقہ معلوم ہوتا ہے۔ ایک کنارہ سے باقاعدہ کام کرنا شروع کرو اور پہلے یہ دریافت کرو کہ کنارہ و د



رُخ م ن ف کو نقطہ ی پر کہاں قطع کرتا ہے اور ع و کو ی میں قطع کرنے کے لیے  
ی کی اوپر کی جانب تظلیل کرو۔ اس سلسل میں دوسرا نقطہ وہاں ہوگا جہاں منشور کا  
کنارہ ن م مینار کے رُخ و ع کو قطع کرتا ہے۔ اس کو حاصل کرنے کے لیے م میں  
سے و پ کھینچو نقطہ پ کو ی پر تظلیل کرو اور پ و کو ملاؤ۔ نقطہ ۲ جہاں کہ م میں  
سے تظلیل خط پ و کو قطع کرتا ہے کنارہ م ن اور رُخ و ع کے تقاطع کا مطلوب  
نقطہ ہے۔ غیر مئی خطوط تقاطع بہت باریک نقطہ دار خطوط سے دکھائے گئے ہیں۔

## ماسی مستویات

منحنی سطوح کے باہمی دخول کے مضمون پر بحث کرنے سے پہلے ماسی مستویات  
کے مضمون پر غور کرنا ضروری ہے۔ گردش مجہات کے تقاطع کے اکثر سوالات حل  
کرنے میں ذیل کے حالات کو جاننا لازماًت سے ہے اور نیز ان مجہات سے پیدا  
ہونے والے سایوں کو معلوم کرنے میں بھی ان کی ضرورت ہوتی ہے۔

مندرجہ ذیل علی مسئلوں سے ایسے مستویوں کے خطوط تقاطع (Traces)  
دریافت کرنے کا طریقہ معلوم ہوگا جو گردش مجہات مثلاً مخروط، اسطوانہ اور کرہ کی  
سطح پر تماس ہوں۔ چونکہ ان مجہات کی سطحوں پر تماس ہونے والے مستوی  
بے شمار ہو سکتے ہیں لہذا ہم کو دیگر شرائط بھی دیے جانے چاہئیں تاکہ ہم کسی  
ماسی مستوی کے مقام کو پوری طرح دریافت کر سکیں۔

اگر اس سطح پر جہاں کہ ماسی مستوی تماس کر رہا ہو، ایک نقطہ دیا جائے  
تو ایسی حالت میں صرف ایک مستوی ہو سکتا ہے۔ تمام گردش سطوح (جو منحنی خطوط  
سے پیدا ہوئی ہوں) کے تماس مستوی، اگر نقطہ تماس نہ دیا ہوا ہو تو ان میں دو دیے  
ہوئے نقطوں کے واقع ہونے اور دی ہوئی سطح کو تماس کرنے سے دریافت کر لیے  
جاسکتے ہیں۔ خطوط مستقیم سے پیدا کیے ہوئے محل گردش سطوح کے ماسی مستوی،  
ان میں ایک دیے ہوئے نقطہ کے واقع ہونے اور دیے ہوئے مخروط یا اسطوانہ  
کو ان کے تماس کرنے سے دریافت کر لیے جاسکتے ہیں۔ چونکہ ماسی مستوی کے لیے  
اس کی سطح کی نوعیت کی وجہ سے یہ لازمی ہے کہ خطوط انکونی میں سے ایک



ضرور اس میں واقع ہو۔ چونکہ صرف ایک تظلیلی مستوی پر شکل کھینچ کر دکھانے سے مسئلوں کے متعلق کافی معلومات بہم پہنچ جاتے ہیں اس لیے اس کتاب میں اعداد لکھنے کا جو طریقہ اختیار کیا گیا ہے وہ ان مسئلوں کو حل کرنے کے لیے بہت موزوں ہے۔

مسئلہ علی ۲۲۔ ایک قائم مستدیر استوانہ کا سطحی نقشہ اور روکار دیے گئے ہیں۔ ایک دیے ہوئے نقطہ پر اس استوانہ کے ماسی مستوی کھینچنا (پلیٹ ۲۲ - شکل ۱)۔

تمام ایسے مستوی جو کسی استوانہ کے ماس ہوں، استوانہ کے محور کے متوازی ہونگے۔ اگر نقطہ پر اس سے ہم ایک خط مل استوانہ کے محور کے متوازی کھینچیں تو مطلوب مستویوں میں یہ خط واقع ہوگا۔ اور نیز یہ کہ اگر ان نقطوں سے جہاں پر گزرتے ہیں خط مل استوانہ کے قاعدوں کے مستویوں کو قطع کرتا ہے ان قاعدوں پر ماس کھینچے جائیں تو مطلوب مستویوں میں ان ماسوں کا واقع ہونا ضروری ہے اور یہ استوانہ کو ان تکوینی خطوط پر مشتمل کرینگے جو ان کے نقاط ماس میں سے کھینچے گئے ہوں۔ نقاط مل کو دریافت کرو جہاں کہ خط مل استوانہ کے قاعدوں کے مستویوں کو قطع کرتا ہے اور ان نقطوں کو روکار سے مل ماس سے تعبیر کرو۔ ان نقطوں سے مل ماس کے سطحی نقشوں اور نقطوں کے نام روکار سے دو - تب ج دائرہ گ تکوینی خطوط ہیں جن کی وجہ سے مطلوب مستوی استوانہ کو چھوتے ہیں اور مستوی بالترتیب ج ۱۳، ج ۱۲، ج ۱۱، ج ۱۰، ج ۹، ج ۸، ج ۷، ج ۶، ج ۵، ج ۴، ج ۳، ج ۲، ج ۱ اور ج ۰۔ گم ہوں سے کھینچے جاسکتے ہیں۔ مخروط کی صورت میں مسئلہ اسی طرح حل کیا جاسکتا ہے مگر اس حالت میں فرق یہ ہے کہ مخروط کے راس کو دیے ہوئے نقطہ پر سے ملانا چاہیے۔ یہ خط جس نقطہ پر مخروط کے قاعدہ کے مستوی کو قطع کرتا ہے اس نقطہ سے قاعدہ کو ماس کھینچے جائینگے۔



مسئلہ علی ۲۲۸۔ ایک دیے ہوئے نقطہ پ سے دو دیے ہوئے کڑوں کے تماسی مستوی کھینچنا (پلیٹ ۲۷ - شکل ۷)۔

اگر کڑے ایک دوسرے کے باہر ہوں تو ظاہر ہے کہ چار مستوی کھینچ جاسکتے ہیں۔ اگر باہر ایک دوسرے سے وہ تماس کریں تو تین مستوی، اگر وہ ایک دوسرے کو قطع کریں تو دو مستوی، اگر وہ اندرونی جانب ایک دوسرے کو تماس کریں تو صرف ایک مستوی کھینچا جاسکتا ہے۔ اگر ایک کڑہ بالکل دوسرے کے اندر ہو تو مسئلہ کا حل ناممکن ہے۔

فرض کرو کہ  $P$  اور  $B$  دیے ہوئے دونوں کڑوں کے مرکز ہیں۔ اگر دونوں کو ملفوف کرتے ہوئے ایک مخروط کھینچا جائے تو ماسی مستویوں کو اس مخروط کو ضرور چھونا چاہیے۔ اسی طرح  $P$  کو اس قرار دے کہ وہ مخروط اس طرح کھینچے جائیں کہ ان میں سے ہر ایک، ایک کڑہ کو ملفوف کرے تو مطلوب ماسی مستویوں کو اس مخروط کو بھی چھونا ضروری ہوگا۔ لہذا اگر ان میں سے ہر ایک مخروط کے، کڑہ کے ساتھ ماسی دائرے دریافت کر لیے جائیں تو ان ماسی دائروں کے تقاطع کے نقطے، مطلوب ماسی مستویوں اور کڑوں کے تقاطع تماس ہونگے۔ لہذا ہر ایک مستوی جس میں دونوں مخروطوں کے اس اور ماسی دائروں کے تقاطع تقاطع میں سے ایک نقطہ واقع ہو مطلوب شرائط کو پورا کرے گا۔ کڑوں کے رُوکاروں کو ایک ایسے لامتناہی پر جو ان کے مرکروں کو ملانے والے خط کے متوازی ہو کھینچو اور ملفوف کرنے والے مخروطوں کے سطحی نقشہ اور رُوکار کھینچ لو۔ تب ان مخروطوں کا راس  $C$  ہوگا اور رُوکار سے اس کو  $C$  شمار کیا جاسکتا ہے۔ ان مخروطوں اور کڑوں کے ماسی دائروں کے سطحی نقشے ناقص  $C$  د اور  $F$  ہیں۔ ان کے اعظم محور سطحی نقشوں سے حاصل کیے جاتے ہیں۔ اور محور اصغر رُوکاروں سے نیچے کی جانب تطویل کیے جاتے ہیں۔

اب ملفوف کرنے والے مخروطوں کے سطحی نقشوں کو راس  $P$  سے کھینچو۔ چونکہ  $P$  اور  $B$  دونوں ایک ہی سطح میں ہیں لہذا ان کو ملانے والے خط یا مخروط کا



محور افقی ہوگا اور مخروط اور بڑے کرہ کا دائرہ تماس، انتہائی ہوگا اور سطحی نقشہ میں اس کی تعبیر خط مستقیم  $l$  م سے کی گئی ہے۔ بڑے کرہ پر دونوں عماسی دائروں کے نقاط تقاطع  $n$  اور  $s$  ہیں۔ ان کے قوت مناسب ذیل طریقہ سے حاصل کیے جاتے ہیں:—

قرض کر دو کہ کرہ کا ایک بڑا دائرہ جو تقاطع  $n$  میں سے ایک نقطہ میں سے گزر رہا ہے اسے افقی قطب گرد آنا گھمایا جاتا ہے کہ اس کا مستوی افقی ہو جاتا ہے۔ یہ بڑا دائرہ اب کرہ کے سطحی نقشہ کے ساتھ متعلق ہو جاتا ہے۔  $n$  ایک خط کھینچو جو محیط کو  $n$  پر قطع کرے۔ اور  $s$   $n$  کے علی القوائم ہو۔  $n$  نقطہ  $n$  ہے جو ۱۔ میں ”عمل کے ذریعہ“ یا ”عملی طریقہ“ سے حاصل کیا گیا ہے۔ لہذا  $n$  کا فاصلہ  $b$  اور  $n$  کے درمیان سطحوں کا فرق ہے اور چونکہ  $n$ ،  $s$  کے اوپر ہے، اس لیے  $n$  کا قوت نما  $(n + 10) = 14$  اکائیوں کے۔ اسی طرح  $s$  کا قوت نما  $(s - 10) = 2$  اکائیوں کے۔ مخروط کے (راس پر) تماس کرنے والے دائرہ کا سطحی نقشہ جو چھوٹے کرہ کو مطوف کیے ہوئے ہے ایک مثل ناقص (Elliptic) ہے جس کا اعظم محور سطحی نقشہ سے حاصل ہو سکتا ہے۔ محور اصغر کو حاصل کرنے کے لیے مخروط اور کرہ کا معاون رُو کار ایک ایسے خط لاہا پر بنا نا ضروری ہے جو محور اکبر کے علی القوائم ہو۔

نتیجہ اور ۱۔ ۵۰۳ ناقصوں کے نقاط تقاطع تقاطع  $n$  اور  $s$  کی طرح حاصل کر کے شمار کیے جاسکتے ہیں چار عماسی مستوی اب کھینچے جاسکتے ہیں جن میں سے ہر ایک میں پانچ اور تقاطع  $n$ ، ۵۰۳، ۵۰۴، ۵۰۵ میں سے ایک واقع ہوگا۔

## صورت دوم

مخنی سطوح اور گردشی مجسمات کا باہمی تعلق

دونوں سطوح کا تقاطع یا تو (۱) خط مستقیم میں ہوگا (مثلاً دو استوائی جن کے محور متوازی ہوں) خط مستقیم میں ایک دوسرے کو قطع کریں گے، یا (۲) کسی



مستوی کے منحنی میں (اس کی مثال ایک کمرہ اور قائم مخروط کا تقاطع ہے جس کا محور اس کے مرکز میں سے گزر رہا ہو) (۳) یا دوسرے انحناء کے کسی منحنی میں۔ اس کی مثال ایسے دو غیر مساوی استوائوں کا تقاطع ہے جس کے محور متوازی نہ ہوں۔ امدادی یا مزید مستویوں سے ایسے تقاطع آسانی کے ساتھ دریافت کیے جاسکتے ہیں۔ ان کے تقاطع ہر ایک متقاطع مجہد کے ساتھ معلوم کیے جاسکتے ہیں اور وہ نقاط جہاں یہ تقاطع ایک دوسرے کو قطع کریں ایسے نقطے ہونگے جو دونوں محکمات میں مشترک ہونگے، لہذا مطلوب تقاطع کے نقطے ہونگے۔ ایسے معاون مستویات استعمال کرنا ہوگا جن کے محکمات کے ساتھ نقاط تقاطع آسانی دریافت کیے جاسکیں۔ یہ شرط بلحاظ قاعدہ اسی وقت پوری ہوگی جب کہ زیر بحث محکمات کے ساتھ معاون مستویوں کے تقاطع خود ان محکمات کے خطوط تکوین ہوں مثلاً دو مخروطی سطوح جن کے محور ترجھے اور قاعدے کچھ ہی ہوں، مستویوں کے ایک ایسے سلسلے سے قطع کیے جائیں جو دونوں راسوں میں گزریں۔ ایک مخروطی اور استوائی سطح کو ایسے متعدد مستویوں سے قطع کرنا چاہیے جن میں پہلی سطح کا راس ہو اور جو دوسری سطح کے محور کے متوازی ہوں۔ ایسے دو گردشی سطوح جن کے محور متقاطع ہوں، ہم مرکزی کڑوں کے ایک نظام سے قطع کیے جائیں جن کا مشترک مرکز، محوروں کا نقطہ تقاطع ہے۔ ایسے دو گردشی سطوح جن کے محور انتصابی ہوں افقی مستویوں کے نظام سے قطع کیے جائیں۔ ان سادہ صورتوں سے یہاں پہلے بحث کی جائیگی جن میں یا تو سطحوں کے محور ایک دوسرے کے علی القوائم ہوں یا دونوں افقی ہوں۔ اس کے بعد زیادہ مشکل مسئلے حل کیے جاسکتے ہیں جن میں سطحوں کے محور ایک دوسرے سے کوئی زاویہ بنائیں یا انتصابی اور افقی مستویوں سے کسی زاویہ پر تائل ہوں لیکن ہر حالت میں مستدرجہ بالا اصول میں کوئی تبدیلی نہ ہوگی۔

مسئلہ عملی ۲۲۹۔ ایک قائم مخروط کا ایک قائم استوانہ کے ساتھ تقاطع دریافت کرنا جب کہ ان کے محور بالترتیب علی القوائم ہوں،



اور مخروط کا محور ۱۔ م کے متوازی، اور اس سے  $\frac{1}{4}$  ا اوپر ہو  
(پلیٹ ۲۸ - شکل ۱)۔

فرض کرو کہ اب ج مخروط کا سطحی نقشہ اور دائرہ ۱ استوانہ کا سطحی نقشہ ہے  
سطحی نقشہ میں کسی مزید چیز کی ضرورت نہیں ہے، صرف دائرہ ۱ میں باہمی  
دخل کے منحنی کو دریافت کرنا چاہیگا۔

استوانہ اور مخروط کا ایک رُوکار کھینچو۔ مسئلہ عملی ۸۳ کی مدد سے مخروط  
کے قاعدہ کا رُوکار حاصل کیا جاسکتا ہے۔

جن اصول سے اوپر بحث کی گئی ہے ان کے لحاظ سے مساوی مستویوں  
کے ایک سلسلہ کو ہم کو کھینچنا ہوگا جو مخروط کے راس میں سے گزریں اور استوانہ کے  
محور کے متوازی ہوں۔ آخر کار یہ مستوی انتصابی ہو جائیں گے اور سطحی نقشہ میں ان  
کی تعبیر مخروط کے تلویہی خطوط اب ج د وغیرہ سے ہوگی۔

اب مستوی ۱ مخروط کا ماس ہے اور استوانہ کے سطحی نقشہ کو نقطہ ۱ میں  
قطع کرتا ہے۔ مخروط کے ساتھ اس کے تقاطع کا رُوکار، خط ۱ ہوگا۔ نقطہ ۱ کی  
تفلیس اوپر کی جانب اس طرح کرو کہ یہ ۱ کو ۱ میں ملے۔ اس سے مطلوبہ منحنی کا  
ایک نقطہ حاصل ہو جائیگا۔

سطحی نقشہ ۱، استوانہ کو نقطہ ۲ پر اور مخروط کے رُوکار کو دو خطوط  
ب اور ب پر قطع کرتا ہے۔ نقطہ ۲ کی تفلیس سے جو اوپر کی جانب اس طرح  
کی جائیگی کہ ب اور ب میں ملے ہم کو دو نقطہ ۲ اور ۲ باہمی دخل کے منحنی پر  
حاصل ہوتے ہیں۔ کافی مساوی مستویوں کے استعمال سے متعدد نقطے اس طرح  
حاصل ہو سکتے ہیں۔ اس سوال میں صرف ایسی منحنیاں دکھائی گئی ہیں جو نظر آتی  
ہیں تاکہ غلط میں زیادہ گریز نہ ہو جائے۔

مسئلہ عملی ۸۴۔ ایک قائم مخروط کا ایک گُرہ کے ساتھ تقاطع کا



ارتفاع دریافت کرنا جب کہ مخروط کا قاعدہ ۱۔ مرکز پر ٹکا ہوا ہو اور  
کرہ کا مرکز ۱۔ مرکز سے ۱/۲ اوپر ہو (پلیٹ ۲۸۔ شکل ۲)۔

افقی ہونگے اوپر قائم کردہ اصول کے مطابق، اس صورت میں، معاون مستوی

دو افقی مستوی ایسے لو جن کی تعبیر رُوکار میں یکم اور دوم سے  
کی گئی ہے۔ ان مستویوں کے مخروط اور کرہ کے سطحی نقشوں کے ساتھ تقاطع کے  
سطحی نقشے دائرے ہونگے جو یکم و دوم کے نشان لگا کر بتائے گئے ہیں۔ ان دائروں  
کے تقاطع سے اسے نقطے حاصل ہونگے جو مطلوبہ باہمی دخول کے منحنی پر ہونگے۔

مثال کے طور پر ان دونوں دائروں کو لو جن پر "یکم" کا نشان ہے۔  
یہ دونوں ۱ اور ۲ پر ایک دوسرے کو قطع کرتے ہیں۔ ان دونوں نقطوں کو  
اوپر کی جانب مستوی یکم کے رُوکار پر نقل کر دو۔ اس طرح ہم کو ۱ اور ۲ نقطے  
منحنی پر حاصل ہو جائیں گے۔

اس طرح متعدد نقطے حاصل کیے جاسکتے ہیں بشرطیکہ معاون مستویوں کی  
تعداد بڑھادی جائے۔

منحنیوں ح اور ک کے محدود نقطے دریافت کرنے کا ایک سادہ طریقہ  
یہ ہے کہ مخروط اور کرہ کا معاون رُوکار ایک ایسے خط لاکھ پر بنانا چاہیے جو  
جہات کے مرکوزوں کو ملانے والے خط کے متوازی ہو جس سے ح اور ک کی  
بندیاں دریافت کی جاسکتی ہیں۔

مسئلہ عملی ۲۳۱۔ دو ایسی اُستوانہ نما سطحوں کا تقاطع دریافت  
کرنا جن کے محور، نقلیل کے دونوں مستویوں سے ترچھے ہوں اور  
کسی ایک نقطہ پر ملتے نہ ہوں (پلیٹ ۲۸۔ شکل ۳)۔



دونوں استوانہ نامیوں کے ظل دیے ہوئے ہیں۔ ان حصوں کے سطحی نقشے جہاں یہ سطوح لاکھا خط کو قطع کرتے ہیں ناقص شکلیں ہونگے جن کو اگر نہ دیا جائے تو پہلے دریافت کرنا ضروری ہے۔ اب اگر دونوں سطحوں کو دوہری محور کے متوازی مستویوں کے ایک نظام سے قطع کیا جائے تو یہ مستوی سطحوں کو ایسے خطوط کو بن میں قطع کریں گے جن کے تقاطع سے وہ نقطے حاصل ہونگے جو سطوح کے مشترک نقاط تقاطع ہونگے۔

کوئی نقطہ لے کر اس سے دو خطوط  $AN$  اور  $BN$  کے رُوکار ایسے کھینچو کہ ہر ایک کسی استوانے کے محور کے متوازی ہو۔ ان کے سطحی نقشے  $M$  اور  $N$  کھینچو۔ تب وہ مستوی جس میں یہ دونوں نقطے واقع ہونگے مطلوب معاون مستویوں میں سے ایک ہوگا اور  $M$  اور  $N$  کو ملانے والا خط اس مستوی کا ہم ارتفاعی خط ہوگا جس کی سطح لاکھا خط کی سطح ہوگی۔

کوئی دو مناسب خطوط  $PK$  اور  $QK$  ایسے کھینچو جو  $M$  کے متوازی ہوں یہ خطوط ایسے مستویوں کے ہم ارتفاعی خطوط ہونگے جو پہلے معاون مستوی کے متوازی ہیں اور استوانوں کے ساتھ ان کے تقاطع کے سطحی نقشے اور رُوکار تقاطع  $P$ ،  $Q$ ،  $F$ ،  $K$ ،  $A$ ،  $B$ ،  $C$ ،  $D$  میں سے گزرنے والے محوروں کے متوازی خطوط کھینچنے سے حاصل ہونگے۔ سطحی نقشوں اور رُوکاروں میں ان خطوط کے باہمی تقاطع سے وہ نقطے حاصل ہونگے جو دونوں استوانوں کے مطلوب نقاط تقاطع ہونگے۔

مقاطع منحنیوں کے محدود نقطے ایسے معاون مستویوں کے ذریعہ دریافت کیے جاتے ہیں جو ایک استوانہ کے ساتھ تماس کریں اور دوسرے کو قطع کریں۔ اس صورت میں ہیں ایک کوئی خط ملیگا جو دو دیگر خطوط کو قطع کریگا۔ اس طرح حاصل کیے ہوئے دو نقطے منحنی کے محدود نقطے ہونگے۔ ایک استوانہ اور مستوی کے تقاطع سے حاصل شدہ کوئی خط ان نقطوں پر منحنی کے تماس ہونگے۔

$M$  کے متوازی  $QK$  اور  $N$  کے  $PK$  اس طرح کھینچو کہ یہ معاون مستویوں کے ہم ارتفاعی خطوط کو جو چھوٹے استوانہ کے تماس ہوں تعبیر کریں اور استوانوں کے ساتھ ان کے تقاطع کو بھی کھینچ لو۔ وہ نقطے جہاں یہ خطوط کو بن میں تقاطع ہوں مطلوب منحنی تقاطع کے محدود نقطے ہونگے۔



مشکل سوالات کو حل کرنے کی بہترین ترکیب یہ ہے کہ ہر ایک وقت ایک ایک منحنی کو لے کر باقاعدگی کے ساتھ کام شروع کیا جائے۔ ایسے خطوط کو مین سے ابتدا کرو جو مستوی ق ن سے پیدا ہوتے ہوں۔ یہ نقطہ اپر باہم تقاطع کرتے ہیں۔ مستوی ط ک سے پیدا ہونے والے تکوینی خطوط ۲ اور ۶ پر ۱ د سے پیدا ہونے والے ۳ اور ۵ پر متقاطع ہوتے ہیں۔ محدود نقطہ ۴ س سے پیدا کیے ہوئے تکوینی خطوط سے حاصل ہوتا ہے۔ دوسرے منحنی ۸، ۹، ۱۰، ۱۱، ۱۲ اسی طرح حاصل ہوتا ہے۔ منحنیوں کے رد کار، یا تو نقطوں کے سطحی نقشوں کی بالائی تفصیل سے، اس طرح کہ تفصیلی خط اولین خطوط تکوینی میں سے ایک کو قطع کرنے لگے، دریافت کیے جاتے ہیں یا دو خطوط تکوین کے باہمی تقاطع سے اسی طرح جیسا کہ سطحی نقشہ کی دریافت میں طریقہ اختیار کیا گیا تھا حاصل کیے جاتے ہیں۔

مسئلہ عملی ۲۳۲۔ ایک استوانہ اور مخروط کے باہمی دخول کی دریافت (پلیٹ ۲۹ شکل ۱)۔

کسی استوانہ اور مخروط کے باہمی دخول کرتے ہوں، سطحی نقشے اور رد کار کھینچو۔ مخروط کے راس میں سے ایک خط ر پ کا جو استوانہ کے محور کے متوازی ہو سطحی نقشہ اور رد کار کھینچو۔ اس خط میں سے گزرنے والے تمام ایسے مستوی جو دونوں سطحوں کو قطع کرتے ہوں ان سطحوں کو بالترتیب مخروط اور استوانہ کے تکوینی خطوط میں قطع کریں گے۔

پ میں سے کئی ایسے خطوط کھینچو جن کو بنظر سہولت ہم ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷، ۸، ۹، ۱۰، ۱۱، ۱۲ سے تعبیر کریں گے اور ان کو ایسے مستویوں کے صفر ارتفاعی خطوط سے تعبیر کریں گے جن میں خط ر پ واقع ہے۔ اب اگر ایسے نقطوں میں سے جہاں کہ یہ خطوط مخروط اور استوانہ کے قاعدوں کو قطع کرتے ہیں، تکوینی خطوط کھینچے جائیں تو یہ تکوینی خطوط ایسے خطوط ہوں گے جن میں ہر ر پ میں سے گزرنے والا مستوی دونوں سطحوں کو قطع کریگا اور ان کے تقاطع نقاط سے سطحوں کے تقاطع کا خاکہ حاصل ہو جائیگا۔



پہلے سطحی نقشہ پر غور کرو۔ فرض کرو کہ ۱ اور ۱، استوانہ کے قاعدہ کے محاسن خطوط ہیں۔ تمام مریخی خطوط کو مریخی خطوط سے اور غیر مریخی خطوط نقطہ دار خطوط سے کھینچے جائیں۔ تاکہ شکل اچھی طرح واضح ہو جائے۔

خط ۱، استوانہ کے قاعدہ کو نقطہ ۱ پر تماس کرتا ہے اور مخروط کے قاعدہ کو ج اور د میں قطع کرتا ہے۔ مریخی خط کھینچو (یہ تمام نقطہ دار بتائے جائیں) اور ان کے تقاطع کو ۱ اور ۲ نقطوں سے نشان کرو۔ خط ۱، استوانہ کے قاعدہ کو ۱ اور ۲ میں اور مخروط قاعدہ کو گ اور ح میں قطع کرتا ہے۔ ہر حالت میں ایک خط مریخی موٹا اور ایک نقطہ دار ہوگا۔ نقاط تقاطع ۱ اور ۲ اور ۱ اور ۲ کو نشان کرو۔ تقاطع کو ایک ایک کر کے لینا سہولت کا باعث ہوتا ہے یعنی استوانہ (داخل ہونے کی صورت میں یا باہر) جو تقاطع کرتا ہے اُس سے شروع کر کے قاعدہ کے اطراف باقاعدگی سے کام کرنا چاہیے۔ نقاط ۱ اور ۲ ہم کو نقاط ۱ اور ۲ سے حاصل ہوئے ہیں۔ تب خط ج قاعدوں کو ص اور ح میں قطع کریگا۔ مریخی خطوط کھینچ کر نقطہ تقاطع ۳ دریافت کرو۔ استوانہ کے قاعدہ کے گرد ایک طرف سے باقاعدہ چلنے سے تمام نقاط کا سلسلہ اور ایک بند منحنی ہم کو حاصل ہوتے ہیں۔ اسی طرح، تقاطع کے دوسرے منحنی کو دریافت کرنے میں استوانہ کے قاعدہ کے ان ہی نقطوں اور مخروط کے قاعدہ پر کے مزید نقطوں ۱، ۲، ۳ اور ۴ کو استعمال کرو۔

رُودکار بالکل اُسی طریقہ سے مریخی خطوط کے رُودکاروں کو کھینچو اور نقاط تقاطع کو نشان کرنے سے حاصل ہو جاتا ہے۔ طالب علم کو یہ دریافت کرنے میں کہ منحنی کا کونسا حصہ مریخی اور کونسا غیر مریخی ہے زیادہ تکلیف نہیں اٹھانی پڑیگی اگر وہ تمام مریخی خطوط مریخی کو موسے خطوط اور تمام غیر مریخی کو نقطہ دار خطوط سے نقشہ میں تعبیر کرنا شروع ہی سے اختیار کرے۔ مریخی خطوط مریخی کے تقاطع سے مریخی منحنی اور غیر مریخی خطوط مریخی سے غیر مریخی منحنی حاصل ہوگا۔

چونکہ خطوط ۱ اور ۱، استوانہ کے قاعدہ کے محاسن ہیں، ان کے مریخی خطوط ۱ اور ۲ اور ۳ اور ۴ نقطوں پر تقاطع کے منحنیوں کے محاسن ہوں گے۔

مسئلہ عملی ۲۳۳۔ دو مخروطوں کے باہمی دخول کی دریافت

(پلیٹ ۲۹ - شکل ۱۱۱)



اس صورت میں ہم کو دو مخروطوں کے راسوں کے رتبہ کو ملا دینا ہوگا۔  
 رتبہ جس نقطہ پر لایا گیا کو قطع کرتا ہے وہ اتنی دُور ہے کہ شکل میں دکھایا نہیں  
 جاسکتا لیکن اس کے سطحی نقشے اور رُوکا رکھینچو کر لیے جائیں۔ اس نقطہ کے سطحی نقشے  
 سے خطوط  $AB$  ج  $D$  اس طرح کھینچو کہ دونوں مخروطوں کے قاعدوں کے  
 سطحی نقشوں کو قطع کریں اور نصفہ  $AB$  اور تقاضی خطوط  $AD$  معادن مستویوں سے تعبیر ہو  
 جن میں خط  $AB$  واقع ہے۔ اب اس مسئلہ کی صورت بالکل وہی ہو جاتی  
 ہے جو اس کے قبل کے مسئلہ کی اوپر بیان کی گئی اور بطور مشقی سوال کے طالب علم  
 کے حل کرنے کے لیے چھوڑ دی جاتی ہے۔

مسئلہ علی ۲۳۴ — پلیٹ (۳۰) میں دکھائی ہوئی ایک  
 چھت کے سطحی نقشے اور رُوکا رکھینچو۔ اس میں ایک مسدسی منارہ ہے  
 جس کا راس سطحی نقشے میں  $M$  اور  $N$  کے درمیان نصف فاصلہ کی  
 مگری پر کے نقطہ سے ۲۰ فٹ اوپر ہے اور مگری کی سطح پر اس کی  
 افقی تراش کا ایک رُخ ۸ فٹ لمبا ہے۔ اس تراش کے زاویوں  
 میں سے ایک مگری پر ہے۔ اصلی چھت کی تمام سلامیاں  
 یا اتار  $\frac{1}{2}$  ہوں۔ پیمانہ — ۱۲ فٹ = ۱

اس باب میں جن اصول سے بحث کی گئی ہے، ان کے ذریعہ چھت  
 کو نقشے سے تعبیر کرنے کی یہ مسئلہ سادہ مثال ہے۔ کل مطلوب ابعاد اور معادن  
 رُوکا دیئے گئے ہیں اور تقاطع کے حاصل کرنے کے طریقے اس مسئلہ کی شکل کھینچنے سے بخوبی سمجھ میں آجائیں گے

## مشقی سوالات

(۱) دو استوانوں کا جو بالترتیب ۳ انچ اور  $2\frac{1}{2}$  انچ لمبے اور  $\frac{1}{2}$  انچ اور  $\frac{1}{4}$  انچ نصف قطر کے



ہیں، تقاطع دریافت کرو۔ ان کے محور افقی ہیں اور  $۵۴^\circ$  کا زاویہ بناتے ہوئے باہم متقاطع ہوتے ہیں۔

(۲) (ایک خمسی منشور ضلع ۱ انچ اور بلندی ۳ انچ) اس طرح رکھا ہوا ہے کہ اس کا قاعدہ ۱۔ مرکز سے ۱۔ اس کے اندر ایک مربع مینار، قاعدہ ۱ انچ بلندی ۵ انچ) داخل کرتا ہے۔ مینار کا ایک رخ ۱۔ مرکز کے ساتھ  $۵۴^\circ$  کا زاویہ بناتا ہے۔ ان کے تقاطع دریافت کرو۔

(۳) ایک مدسی مینار (بلندی ۴ انچ اور ضلع ۱) اور ایک خمسی مینار (بلندی ۴ انچ اور ضلع ۱) اس طرح رکھے ہوئے ہیں کہ ان کے قاعدہ ۱۔ مرکز میں واقع ہیں۔ اول الذکر کے قاعدہ کا ایک زاویہ، موخر الذکر کے قاعدہ کے مرکز پر ہے۔ ان کے تقاطع کے اظلال دریافت کرو۔

(۴) ایک انتصابی خمسی قائم منشور (قاعدہ ۱ انچ، بلندی ۴ انچ) نصف قطر کے گزہ کے اندر داخل کرتا ہے۔ منشور کا محور، گزہ کے مرکز سے ۱ انچ کے فاصلہ سے گزرتا ہے۔ دونوں مجسمات کے تقاطع کا رُکاوہ ایک ایسے ع۔ مرکز پر جو منشور کے ایک رخ کے ساتھ  $۵۴^\circ$  کا زاویہ بنائے، لکھینجو۔

(۵) ایک انتصابی قائم مخروط (قاعدہ کا نصف قطر ۱ انچ، بلندی ۱ انچ) نصف قطر کے ایک گزہ کے اندر داخل کرتا ہے۔ گزہ کا مرکز، مخروط کے قاعدہ سے ۲ انچ اوپر واقع ہے اور مخروط، گزہ کی سطح کو چھوتا ہے۔ تقاطع کے اظلال دریافت کرو۔

(۶) دو قائم مخروطوں کے افقی چربے ناقص شکلیں ہیں جن کے محور بالترتیب ۳ انچ، ۲ انچ، ۱ انچ، اور ۱ انچ اور ۲ انچ ہیں۔ خط ۱۔ ۱۔ سے اول الذکر کا محور اعظم  $۵۴^\circ$  کا زاویہ اور موخر الذکر کا  $۵۴^\circ$  کا زاویہ بناتا ہے۔ یہ ناقص شکلیں باہمی تماس بھی کرتی ہیں۔ مخروطوں کے تقاطع کے ظل دریافت کرو۔

(۷) دو مساوی استوائی متقاطع ہوتے ہیں۔ ان کے محور علی الترتیب افقی اور انتصابی ہیں اور ان کے قطر ۱ انچ کے ہیں۔ پہلے استوائی کا محور ع۔ مرکز کے ساتھ  $۵۴^\circ$  کا زاویہ بناتا ہے۔ اور اس کو محدود کرنے والا سکونی خط سطح افقی



میں، انتصابی استوانے کے مدور سطحی نقشہ سے باہر اور اس سے  $\frac{1}{2}$  انچ کے فاصلہ پر گزرتا ہے۔ حاصل تقاطع کے رُوکار کھینچو۔

(۸) ایک کھوکھلا، انتصابی قائم استوانہ، (بیرونی قطر  $\frac{1}{2}$  انچ، موٹائی  $\frac{1}{4}$  انچ) ایک افقی قائم مخروط (قاعدہ کا قطر  $\frac{1}{2}$  انچ، بلندی  $\frac{1}{2}$  انچ) سے چھدا ہوا ہے۔ مخروط کا محور ع۔ مر سے ۳۰° کا زاویہ بناتا ہے اور خود مخروط استوانہ کی اندرونی سطح کو مس کرتا ہے۔ تقاطع کے اظہار، جب کہ مخروط نکال لیا جائے، دریافت کرو۔

(۹) ایک قائم منشور کا محور جس کا قاعدہ ۲ انچ کے ضلع کا ایک مثلث متساوی الاضلاع ہے، انتصابی ہے اور ایک مریخ انتصابی مستوی کے متوازی ہے۔ ایک دوسرے مریخ منشور کا محور جس کا ضلع  $\frac{1}{4}$  انچ بنے افقی ہے (اور یہ افقی مستوی سے  $\frac{1}{4}$  انچ اوپر اور انتصابی مستوی سے ۳۰° کا زاویہ بناتا ہے) پہلے منشور کے ساتھ اس طرح دُخول کرتا ہے کہ دونوں کے محور متقاطع ہوتے ہیں۔ مریخ منشور کا ایک مریخ، افقی مستوی سے ۶۰° مائل ہے۔ دونوں مجسمات کے تقاطع کا ارتقاع دکھایا جائے۔

(۱۰) ایک قائم منشور جس کے کنارے (دو ضلع کے) متساوی الساقین مثلث ہیں اور بلندی  $\frac{1}{2}$  انچ ہے اس طرح رکھا ہوا ہے کہ اس کا ایک مریخ افقی مستوی پر ہے اور ایک کنارہ انتصابی مستوی سے ۶۵° مائل ہے۔ ایک مریخ منشور کے راس کا سطحی نقشہ جس کا ضلع ۹، ۱۰ انچ اور بلندی  $\frac{1}{2}$  انچ ہے اس کے کنارے کے سطحی نقشہ سے  $\frac{1}{2}$  انچ کے فاصلہ پر اس طرح واقع ہے کہ ہر مریخ کے قاعدہ کا کوئی ضلع بھی منشور کے ضلعوں یا کناروں کے متوازی نہیں ہے۔ دونوں مجسمات کے تقاطع کا سطحی نقشہ اور رُوکار کھینچو۔

(۱۱) ایک مینار کا قاعدہ ۲ انچ کے ضلع کا ایک مثلث متساوی الاضلاع ہے اور مینار افقی مستوی پر کھڑا ہوا ہے۔ مینار کے راس کا سطحی نقشہ، اس کے قاعدہ کے ایک ضلع کے مرکز پر واقع ہے۔ بلندی  $\frac{1}{2}$  انچ۔ ایک گڑھ ۲ قطر کا افقی مستوی پر رکھا ہوا ہے۔ اس کے مرکز کا سطحی نقشہ مینار کے قاعدہ کے



مرکز پر واقع ہے۔ مجسمات کے تقاطع کا سطحی نقشہ اور رُوکار کھینچو۔  
 (۱۴) ایک قائم مخروط، قاعدہ  $\frac{1}{2}$  قطر کا، محور  $\frac{1}{4}$  اور قاعدہ افقی ہے۔ ایک استوانہ جس کا قطر  $\frac{1}{2}$  اور محور افقی ہے، مخروط میں گھسا ہوا ہے۔  
 استوانہ کا محور مخروط کے قاعدہ سے آؤپر ہے اور اس کا محور مخروط کے محور سے  $\frac{1}{4}$  کے فاصلہ پر ہے۔ مجسمات کے تقاطع کا سطحی نقشہ اور رُوکار کھینچو۔

---



# چودھواں باب

## مجسمات کی کشاد

(DEVELOPMENT OF SOLID)

اس اصطلاح کا مطلب یہ ہے کہ کسی مجسمہ کی بیرونی سطح (Covering) کو ایک سطح مستوی پر کھول کر یا پھیلا کر یا لٹا کر دکھایا جائے۔ مین یا تانبے کے کام کرنے والوں اور جو شدان وغیرہ بنانے والوں کے کاموں میں ”کشاد“ کی عملی مثالیں اکثر ملتی ہیں جہاں ان لوگوں کو دھات کے پتلے پتروں سے مخروطوں، استوانوں، گروں، وغیرہ کو بنانا ہوتا ہے۔

خط مستقیم کی حرکت سے تکوین میں آنے والی تمام سطحوں کی کشاد حاصل کی جاسکتی ہے بشرطیکہ خط تکوین دو متواتر مقامات میں ایک ہی مستوی میں واقع ہو۔ مثلاً مخروطی اور استوانی سطحوں کی کشاد ہر حالت میں کی جاسکتی ہے مگر کروی، کرہ نما (Spheroidal) مخروط نما (Helicoidal) اور مخروط نما (Concoidal) سطوح ناقابل کشاد ہوتی ہیں۔

خط مستقیم سے تکوین پانے والی سطوح جو ناقابل کشاد ہوں بل کھائی ہوئی (Twisted) سطحیں کہلاتی ہیں۔

مجسماتی کثیر السطوح (Polyhedrons) مثلاً مکعب، چوٹی (Tetrahedrons) منشور، مخروط مضلع (Pyramids) وغیرہ کی بیرونی سطحوں کی کشاد کی دریافت صرف اس مجسمہ کی مستوی سطوح کی (جب کہ ان کے اظلال دیے جائیں) صحیح شکل معلوم کرنا ہے۔ دیے ہوئے مجسمہ کے ہر رخ کی حقیقی شکل معلوم کی جاسکتی ہے



اور چونکہ دو متصل رُخوں میں ایک مشترک کنارہ ہوتا ہے ظاہر ہے کہ اگر ہر رُخ کی صحیح شکل دریافت کر لی جائے تو سطح کی کشاد دونوں مختلف رُخوں کو برابر برابر ان کے حقیقی اضافی مقامات پر رکھنے سے حاصل ہو سکتی ہے۔

مثلاً کسی منشور کی سطح کی کشاد ہم حاصل کرنا چاہیں تو ہم یہ جانتے ہیں کہ یہ متعدد متوازی الاضلاع سے مل کر بنتی ہے۔ اور اگر ان متوازی الاضلاع کی صحیح شکلیں کھینچ کر برابر برابر اس طرح ان کو رکھ دیا جائے کہ ان کے زاویہ نقطے جو منشور میں منطبق ہوتے تھے اب بھی منطبق ہوں تو حاصل شدہ شکل سطح کی "کشاد" ہوگی۔ اُستوانہ اور مخروط، منشور اور مخروط مضلع کی خاص صورتیں ہیں۔ یہ فرض کیا جاتا ہے کہ ان کی سطحیں لامتناہی متوازی الاضلاع یا مثلثوں پر مشتمل ہوتی ہیں۔

مسئلہ علی ۲۳۵۔ ایک قائم مستدیر مخروط کی کشاد کو دریافت کرنا۔ اور نیز اس کے زیرین حصہ کی کشاد جب کہ وہ ایک مستوی ل مرے ۱۔ مرے کے ساتھ ۳۵° کا زاویہ بناتے ہوئے قطع کیا جائے (پلیٹ ۳۱۔ شکل ۱۔ اور ۲۔)۔

مخروط خواہ کسی مقام پر دیا جائے اس کا سطحی نقشہ اور رُوکار حاصل کیے جاسکتے ہیں جب کہ اس کا قاعدہ ۱۔ مرے میں واقع ہو۔ فرض کرو کہ رُوکار (شکل ۱۔) دیے ہوئے مخروط کا رُوکار ہے۔ اس کا ایک نصف سطحی خاکہ کھینچو۔ اگر ہم یہ فرض کریں کہ مخروط، مساوی اور لامتناہی ضلعوں کا مخروط مضلع ہے تو اس کو کھولنے پر ہم کو ایک ایسی سطح حاصل ہوگی جو ایک نقطہ پر مستقیم ہونے والے مساوی خطوط کے ایک سلسلہ سے مل کر بنتی ہے۔ یہ خطوط، مخروط کے انکوبنی خطوط ہونگے اور نقطہ اس کا راس ہوگا۔ دوسرے الفاظ میں مخروط کی کشاد دائرہ کا ایک قطار ہوگی جس کا نصف قطر مخروط کے خط تکوین کے مساوی ہوگا۔



اُس قوس کا طول جو قطع کو گھیرے ہوئے ہوگی مخروط کے قاعدہ کے محیط کے مساوی ہوگا۔ یہ ناپ قطع کے قوس پر دیے ہوئے مخروط کے قاعدہ سے پرکار کے نقطوں کے درمیان متواتر درج لینے سے حاصل ہو سکتا ہے یا قطع کا زاویہ حسب ذیل طریقہ سے دریافت کیا جاسکتا ہے:-

فرض کرو کہ دیے ہوئے مخروط کے مستدیر قاعدہ کا نصف قطر اور خطا تکون کا طول ط ہے۔ قاعدہ کا محیط  $۲\pi ط$  ہوگا۔ نصف قطر سے کھینچے ہوئے ایک دائرہ کا محیط  $۲\pi ط$  کے مساوی ہوگا اور یہ  $۳۶۰$  کے متناظر ہے۔ مگر قطع کے محیط پر صرف  $۲\pi ط$  کے مساوی طول لینا درکار ہے۔

$$\text{لہذا} \quad \frac{۳۶۰}{ط} \times \frac{۲\pi ط}{۲\pi ط} = ۳۶۰ \times \frac{۲\pi ط}{ط} \quad \text{یہ متناظر زاویہ ہوگا اور}$$

اس لیے قطع کا زاویہ ہوگا۔ پہلی صورت میں قوس کا حاصل شدہ طول درحقیقت وہی نہیں ہوگا جو دیے ہوئے مخروط کے قاعدہ کا ہے۔ اس کی وجہ یہ ہے کہ پرکار میں لیے ہوئے فاصلے قوسوں کے طول کے بجائے قوسوں کے وتر کے طول ہیں۔ نیسکن درجوں کی تعداد بڑھانے سے اس خطا کو اتنا کم کر دیا جاسکتا ہے کہ عملی طور پر محسوس نہ ہو سکے۔ اس مثال میں وضاحت کے لیے صرف آٹھ درجے لیے گئے ہیں۔

کٹواں (Truncated) مخروط کی کشاد حاصل کرنے کے لیے 'مستوی ل' ہر کا ۱۔ ہر کے ساتھ  $۳۶۰$  کا زاویہ بنائے ہوئے تراش کا سطحی خاکہ اور رُوکار کھینچو۔ اب صرف ہم کو ج، ع، د، ع، ی، وغیرہ کے صحیح طول دریافت کرنے ہونگے اور نقطہ ع سے مخروط کی کشاد میں ان کے متناظر خطوط تکون پر ان کے طول ناپ کر لینے ہونگے۔ ان خطوط کے صحیح طول دریافت کرنے کا آسان ترین طریقہ حسب ذیل ہے:- مثال کے طور پر طول ع ی دریافت کرنا ہو تو ع ی کے مساوی ع ج کو بناؤ اور نقطہ ج کی بالائی نقطہ میں اس طرح کرو کہ خط ع ج کو نقطہ ج پر ملے۔ ع ج اب ع ی کا حقیقی طول ہوگا اور ع ج، م اور ع م پر نشان کر لیا جاسکتا ہے۔

مسئلہ عملی ۲۳۶۔ ایک قائم مستدیر مستوانہ کی کشاد دریافت



کرنا۔ یہ ایک ایسے مستوی سے قطع کیا جاتا ہے جو اُستوانہ کے محور سے  
۳۰° کا زاویہ بناتا ہے (پلیٹ ۳۱ - شکل ۱۷ اور ۱۸)۔

فرض کرو کہ اُستوانہ کو قطع کرنے والے اور اس کے محور کے ساتھ ۳۰° کا زاویہ  
بنانے والے مستوی کا رُوکار (شکل ۱۷) بی مر ہے۔ اس مسئلہ کو بھی گزشتہ مسئلہ  
کی طرح حل کیا جاسکتا ہے۔ اُستوانہ کے قاعدہ کے سطحی خاکہ کو (شکل ۱۷) کسی  
تعداد کے (مثلاً ۸) حصوں میں تقسیم کرو اور ان کی خطوط تکوین کی طرح رُوکار پر  
بالائی تفصیل کرو۔ کشاد کا قاعدہ (شکل ۱۷) اُستوانہ کے قاعدہ کے محیط کے مساوی  
ہوگا۔ کشاد کے خاکے میں 'د'، 'ب'، 'ج'، 'د' وغیرہ ہر ایک نقطہ کی بلندی بالراست  
رُوکار سے حاصل کی جاسکتی ہے۔ اس صورت میں موخر الذکر "حقیقی بلندیوں" کو  
تفسیر کرتے ہیں۔

اگر اُستوانہ ترجیا یا محرف ہو تو اس کو محور کے علی القوائم ایک مستوی سے کاٹنے  
اور اُستوانہ کے قاعدہ کو مستوی کے نیچے کی طرف تفصیل کرنے سے اس کی کشاد حاصل  
کی جاسکتی ہے۔

مسئلہ عملی ۲۳۷۔ ایک افقی اُستوانہ نصف مخروط میں  
داخل ہوتا ہے۔ تقاطع کے منحنی کی کشاد مخروط کی سطح اور اُستوانہ کی  
سطح پر دریافت کرو (پلیٹ ۳۱ - شکل ۱۷ و ۱۸)۔

اُستوانہ اور نصف مخروط کے باہمی دُخول کا سطحی نقشہ اور رُوکار (حسب شکل)  
کھینچو۔

پہلے مخروط کی سطح پر تقاطع کے منحنی کی کشاد حاصل کرو۔ نقطہ 'ع' سے (شکل ۱۷)  
ع ہ اور د' ۱۱ مخروط کے کوئی خط کھینچو جو تقاطع کے منحنی پر 'اس' ہوں اور توں  
ہ، ۱۱ کو کسی تعداد کے مساوی حصوں (مثلاً ۴) میں تقسیم کرو۔ حسب شکل ۱۷



نصف مخروط کی کشاد حاصل کرو اور متناظر خطوط تکوین ع ۵ سے ۵ ا تک اس میں کھینچو۔ اب ہم کو ان نقطوں کے ”حقیقی طول“ دریافت کرنے ہونگے جہاں (شکل ۷) ہر ایک تکوینی خط تقاطع کے منحنی کے سطحی نقشہ کو قطع کرتا ہے اور ان حقیقی طولوں کو متناظر خطوط میں (شکل ۷) نشان کرنا ہوگا تاکہ تقاطع کے منحنی کی کشاد حاصل ہو سکے۔ مثلاً ع ۵ منحنی کے سطحی نقشہ کو ج اور گ میں قطع کرتا ہے۔ ف ح کو ع ح کے مساوی بناؤ اور ح کی بالائی تطویل اس طرح کرو کہ نصف مخروط کے بیرونی خطوط تکوین کو ح پر قطع کرے۔ تب ع ح، ع ح کا صحیح طول ہوگا اور اس کو شکل ۷ میں نشان کر لیا جاسکتا ہے۔

اسطوانہ کی سطح پر تقاطع کے منحنی کی کشاد حاصل کرنے کے لیے ک ۱ (شکل ۷) اسطوانہ کے قاعدہ کے محیط کے مساوی کھینچو اور اس کو کسی مساوی تعداد کے (مثلاً بارہ) حصوں میں تقسیم کرو اور ان نقطوں میں سے ک ۱ کے علی القوائم متوازی خطوط کھینچو۔ اسطوانہ کے قاعدہ کے سطحی نقشہ کو (شکل ۷) بھی اتنے ہی مساوی حصوں میں تقسیم کرو اور ان نقطوں میں سے خطوط تکوین کھینچو جو تقاطع کے منحنی کو قطع کریں۔ ہر ایک نقطہ سے (جس میں خطوط تکوین تقاطع کے منحنی کو قطع کرتے ہیں) اسطوانہ کے قاعدہ کے فاصلے جو شکل ۷ میں متناظر خطوط پر لیے گئے ہیں، اسطوانہ کی سطح کے تقاطع کی کشاد بتاتے ہیں۔ یہ فاصلے چونکہ اسطوانہ افقی تھے حقیقی طول ہیں۔ اگر اسطوانہ ۱-۲ کے ساتھ مائل ہوتا تو ہر ایک خط کے حقیقی طول دریافت کرنے ہونگے۔

## مرغولہ

ایک ثابت خط مستقیم پر دوسرا ایک خط مستقیم مستقل زاویہ بناتے ہوئے یکساں رفتار سے حرکت کرے تپیدار سطح (Screw surface) کی تکوین ہوتی ہے بشرطیکہ ساتھ ہی ساتھ دوسرا خط مستقیم پیلے کو محور قرار دے کر یکساں گردش حرکت بھی کرتا جائے۔ ایک پیدار سطح اور انسی محور کے ایک قائم انتصابی اسطوانہ کے ساتھ تقاطع کی سطح ’مرغولہ‘ (Helix) کہلاتی ہے۔ اگر یہ ایک قائم انتصابی مخروط کے ساتھ متقاطع ہو تو یہ مخروطی مرغولہ کہلاتا ہے۔



مرغولہ کے دو لمبوں کے درمیانی محور کے متوازی فاصلہ ”محوری گہائی“ (Axial pitch) کہلاتا ہے۔

ایک مرغولہ میں یکساں مردڑ کے بجائے بڑھنے والی مردڑ بنائی جاتی ہے بعض بندوتوں کی نالیوں کے اندر کے خار اسی طرح بنائے جاتے ہیں۔

مسئلہ عملی ۲۳۸۔ ایک مستطیلی پیچ کی چوڑی (عمق پر پیچ) عرض  $\frac{1}{4}$  انچ، گہائی  $\frac{1}{4}$  انچ،  $\frac{1}{2}$  انچ قطر کے ایک اسطوانہ پر کھینچی گئی ہے۔ اس کے نل اور کشاد دریافت کرو۔ (پلیٹ ۳۲- شکل ۱-۱)

$\frac{1}{2}$  انچ قطر کے اسطوانہ کا نصف سطحی خاکہ اور رُوکار دریافت کرو (دیکھو شکل ۱-۱) جس مرکز سے کہ اسطوانہ کا سطحی خاکہ کھینچا گیا ہے اُسی کو مرکز قرار دے کر  $\frac{1}{2}$  انچ قطر کا ایک نصف دائرہ کھینچا جائے تو دونوں دائروں کے درمیان فرق  $\frac{1}{4}$  انچ یا پیچ کی چوڑی کا عرض ہوگا۔ بڑے نصف دائرہ کے قطر کے سروں میں سے، اسطوانہ کے رُوکار کے پہلوؤں کے متوازی خطوط کھینچو۔

قاعدہ کے سطحی خاکہ کو کسی تعداد کے حصوں میں تقسیم کرو۔ مثال کے طور پر ۱۲۔ رُب کو  $\frac{1}{4}$  انچ کی گہائی کے مساوی بنا کر ۱۲ حصوں میں تقسیم کرو اور اس طرح حاصل شدہ نقطوں میں سے اسطوانہ کے قاعدہ کے متوازی خطوط کھینچو۔

تعریف سے ظاہر ہے کہ دائرہ کی ہر کسر کے لیے جس میں سے تکوینی نقطہ حرکت کرتا ہے یہ نقطہ گہائی کی اُسی کسر کے برابر بڑھیکا۔ لہذا رُب سے چلنے والا تکوینی نقطہ ۱ سے ۲ تک حرکت کرے تو وہ اسے ۲ تک بڑھیکا اور مقام چ حاصل کریگا جہاں کہ ۲ میں کا تقطیعی خط ۱ میں سے گزرنے والے متوازی کو قطع کرتا ہے۔ اس طریقہ سے متعدد نقطے حاصل کیے جاسکتے ہیں اور ان میں سے ایک منحنی کھینچا جاسکتا ہے۔ چوڑی کی بلندی پر پیچ ہونے کی وجہ سے ہم نقطہ ۱ سے شروع کر سکتے ہیں اور اسی طریقہ عمل سے اوپر کا منحنی بھی حاصل کر سکتے ہیں۔ چوڑی اور اسطوانہ کا تقاطع، اندرونی نصف دائرہ کے نقطوں کے استعمال سے



حاصل کیا جاسکتا ہے۔ اگر مستطیل چوڑی کے بجائے، مستدیر کمائی (شکل ۱۱) ہو تو منحنی ایک کمرہ سے تشکیل پاتا ہے جس کا مرکز، مرغولہ پر حرکت کرتا ہے جو کمائی کا مرکزی خط ہوتا ہے۔ پہلے اس مرغولہ کا طول کھینچو پھر کمرہ کا ظل مختلف مقامات میں کھینچا جائے تو ان کثروں کے حاسی منحنی، کمائی کے ظل ہونگے۔

### کثاد کی دریافت

شکل ۱۱ میں فرض کرو کہ  $U$  دیردنی نصف دائرہ کے گھیر (Perimeter) کے مساوی ہے۔ چوڑی کی نصف گھائی کے مساوی اور علی القوائم  $U$  کی کھینچو۔ تب  $U$  نقطہ کی تعبیر کرتا ہے جب کہ منحنی  $U$  کے مرکز کثاد کی پاتا ہے۔ مگر چونکہ مرغولہ میں یکساں مرور ہوتی ہے اس لیے کثاد کی منحنی کے محدود کے درمیان تناسب مستقل ہوتا ہے اور کثاد ایک خط مستقیم  $U$  کی ہوتا ہے۔ اسی طرح اسطوانہ اور چوڑی کے تقاطع کی کثاد خط  $U$  ہے۔ اگر مرور یکساں نہ ہونو کثاد ایک منحنی ہو جاتی ہے۔

**مسئلہ علی ۲۳۹۔** مرغولی منحنی کے ظل ایک مخروط پر (قاعدہ کا قطر ۲ انچ، بلندی ۲ انچ) کھینچو جس کی گھائی ۱ انچ ہے اور منحنی کی کثاد بھی دریافت کرو (پلیٹ ۳۲ - شکل ۱۱)۔

مخروط کا سطحی نقشہ اور روکار کھینچ لو اور سطحی نقشہ کے محیط کو کسی تعداد حصص (مثلاً ۸) میں تقسیم کرو۔ اس طرح حاصل شدہ نقطوں کی خط لاکھا پر بالائی تطیل کرو اور ان نقطوں کے روکاروں میں سے خطوط کو بنی کھینچو۔ گھائی (۱ انچ) کو ۸ حصوں میں تقسیم کرو اور ہر منقسم نقطہ سے مخروط کے قاعدہ کے متوازی خطوط کھینچو۔ تب ایسا نقطہ جہاں کہ ایک متوازی، متناظر عدد کے نقطہ میں سے کھینچے ہوئے خطوط کو قطع کرتا ہے، روکار میں مطلوب منحنی کا ایک نقطہ ہوگا اور اس طرح دریافت شدہ نقطوں کو ملانے سے منحنی کھینچا جاسکتا ہے۔ سطحی نقشہ حاصل کرنے کے لیے نقطہ  $A$  کی تطیل نیچے کی طرف کرو جس سے خط



اوب پر گھائی کے اوپر واپس حصہ کی تعمیر ہو سکے اور اس طرح نقطہ رج حاصل کرو۔ راج کو ۸ حصوں میں تقسیم کرو اور راج کو مرکز قرار دیے کر اور ہر تقسیم شدہ نقطہ کے نصف قطر سے ہم مرکزی دائرے کھینچو۔ تب وہ نقطے جہاں کہ ہر ایک دائرہ، خطوط راج ۲، راج ۳، وغیرہ، کو متواتر قطع کرتا ہے مطلوبہ منحنی کے نقطے ہوتے ہیں اور ان میں سے منحنی کھینچا جاسکتا ہے۔

منحنی کی کشادہ حال کرنے کے لیے مخروط اور اپنے خطوط تکوین کی کشادہ کھینچ لو۔ تب وہ نقطے جہاں ہم مرکزی دائرے (جو راج کو مرکز اور راج ۲، راج ۳، وغیرہ) نصف قطروں سے کھینچے جاتے ہیں) خطوط تکوین کی کشادہ کو قطع کرتے ہیں مطلوبہ منحنی کے نقطے ہوتے ہیں۔

### مشقی سوالات

(۱) ایک مسدسی منشور کی کشادہ دریافت کرو (قاعدہ ۳، انچ کے ضلع کا - بلندی ۲ انچ)۔

(۲) ایک اسطوانہ (قطر ۲ انچ، بلندی ۳ انچ) ایک مستوی سے (جو محور کے ساتھ ایک سرے سے نصف انچ کے فاصلہ کے ایک نقطہ پر ۳۰ کا زاویہ بناتا ہے) دو حصوں میں قطع کیا جاتا ہے۔ چھوٹے ٹکڑے کی کشادہ دریافت کرو۔

(۳) ایک مخروط (قاعدہ کا نصف قطر ۱/۲ انچ، بلندی ۲ انچ) ایک مستوی سے قطع کیا جاتا ہے جو اُس کے محور کے مرکز میں سے گزرتا ہے اور ۱۔ ۳۰ کے زاویہ بناتا ہے۔ مخروط کے مقطوع (Frustum) کی کشادہ دریافت کرو۔

(۴) دو اسطوانوں میں سے ہر ایک کی سطحوں کی کشادہ دریافت کرو جو حسب ذیل حالتوں میں متقاطع ہوتے ہیں:—

نصف قطر ۵/۴ انچ، اور ۳/۴ انچ - طول ۶ انچ اور ۴ انچ محوروں کے درمیان زاویہ ۵۴°۔

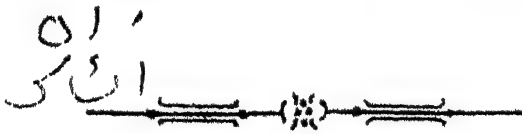


( ۵ ) ایک قائم انصہابی مخروط (قاعدہ کا قطر  $\frac{1}{2}$  انچ ، بلندی ۳ انچ) ایک کرہ ( نصف قطر  $\frac{1}{2}$  انچ ) میں موصول کرتا ہے ۔ کرہ کا مرکز مخروط کے قاعدہ سے ۲ انچ اوپر ہے اور محور الذکر کرہ کی سطح سے ٹس کرتا ہے ۔ مخروط کی کشاد دریافت کرو۔

( ۶ ) ایک مربع بیچ کی چوڑی (  $\frac{1}{2}$  انچ مربع ) کے ظل اور کشاد دریافت کرو ( گھائی ۱ انچ ) جو ۲ انچ قطر کے اسطوانہ پر بنائی گئی ہے ۔  
( ۷ ) ایک مستطیل تراش (  $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$  ) کی مرغولی کمائی کے ظل دریافت کرو۔ کمائی کا بیرونی قطر ۳ انچ ، گھائی ۲ انچ اور چکروں کی تعداد ۲ ہے ۔

( ۸ ) مستدیر تراش (  $\frac{1}{2}$  انچ قطر ) کی ایک مرغولی کمائی کا ظل دریافت کرو۔ کمائی کا بیرونی قطر  $\frac{1}{2}$  انچ اور گھائی  $\frac{1}{2}$  انچ ہے ۔

( ۹ ) ایک مشکلی بیچ کی چوڑی ( قطر  $\frac{1}{2}$  انچ ) کا جو ایک اسطوانہ پر بنائی گئی ہے ظل دریافت کرو۔ گھائی  $\frac{1}{2}$  انچ اور مثلث کے راس کا زاویہ  $90^\circ$  کا ہے ۔  
( ۱۰ ) ایک مربع سر کے بیچ (  $\frac{1}{2}$  انچ ) کے ظل اور کشاد دریافت کرو جو ایک مخروط پر ( قاعدہ کا قطر ۳ انچ ، بلندی  $\frac{1}{2}$  انچ ) بنایا گیا ہے ۔ گھائی  $\frac{1}{2}$  انچ ہے ۔





# پندرہواں باب

## سایوں کی دریافت اور سایہ دار خطوط کھینچنا

غیر متشاق اشخاص کو قائم اظلال کے پڑھنے میں بعض اوقات کسی قدر دقت ہوا کرتی ہے۔ اور اکثر دفعہ اشیاء کے سایوں کو خطوط کھینچ کر بتانے میں صحیح مفہوم آسانی سے سمجھ میں آجاتا ہے۔

تمام ہندسی اور عماریاتی نقشوں میں یہ فرض کیا جاتا ہے کہ نور کی متوازی شعاعیں ایک دی ہوئی سمت سے واقع ہوتی ہیں۔ ان شعاعوں کا ایک خاص حصہ شے سے ٹک جاتا ہے اور شے مذکور سے مس کرنے والی شعاعوں سے جو خاکہ کسی سطح پر بنتا ہے وہ اس کے سایہ کی تعبیر کرتا ہے۔

نور کی سمت کا تعین حسب منشاء بدلا جاسکتا ہے مگر کسی خاص سایہ کے اغراض کے لیے یہ ہمیشہ ضروری ہے کہ ایک شعاع کے ظل ارضی خط کے ساتھ جو زاویے بنائیں وہ معلوم ہوں۔ البتہ شعاعوں کے لیے ایک قراردادہ سمت جو انجینئرنگ اور عماریاتی نقشوں میں استعمال ہوتی ہے یہ ہے کہ ایک لمب کو ۲۔ ۴ پر رکھا ہو ارض کر و جس کا ایک رخ ع۔ ۴ کے متوازی ہو، اس کے دتروں میں سے ایک کے متوازی اگر کوئی خط کھینچا جائے تو یہ شعاعوں کی سمت ہوگی۔ اس وتر کے دونوں اظلال ہر حالت میں



خط لاما سے  $۵۴^{\circ}$  کا زاویہ بنائینگے یا یوں کہا جاسکتا ہے کہ نور کی شعاعوں کو یہ فرض کیا جاتا ہے کہ بائیں شانے کے اوپر سے آتی ہیں۔ مگر شعاع کا حقیقی میلان  $۵۴^{\circ}$  درجہ نہیں ہوتا۔ بلکہ حسب ذیل طریقہ سے دریافت کیا جاتا ہے:۔

مسئلہ عملی ۲۴۔ قرار دادہ شعاع کے اطلال کے مستویوں کے حقیقی زاویہ میلان دریافت کرنا۔ (پلیٹ ۳۲ - شکل ۱۷)۔

فرض کرو کہ  $AB$  اور  $AB'$  قرار دادہ شعاع کے سطحی نقشہ اور رُوکار کو تعبیر کرتے ہیں اور شعاع خط لاما سے  $۵۴^{\circ}$  کا زاویہ بناتی ہے۔  
 ع۔ مر کے ساتھ حقیقی زاویہ میلان دریافت کرنے کے لیے ہم کو ایک مثلث قائم الزاویہ لینا ہوگا جس میں  $A$  اور  $B$  کے درمیان کی فضا میں حقیقی فاصلہ وتر ہے، خط  $AB$  قاعدہ ہے، اور  $A$  کی خط لاما کے اوپر بلندی عمود ہے۔  $B$  کو مرکز اور  $B$  کو نصف قطر قرار دے کر ایک توش کھینچو جو خط لاما کو  $C$  میں قطع کرے۔  $C$  پر ایک عمود گراؤ اور  $C$  میں سے  $A$  خط لاما کے متوازی ایک خط کھینچو جو عمود کو  $D$  میں قطع کرے۔  $AB$  کو ملاؤ۔ تب مثلث  $ABC$  اوپر کے شرائط کو پورا کرے گا اور زاویہ  $A$   $AB'$  قرار دادہ شعاع کا  $E$ ۔ مر کے ساتھ حقیقی زاویہ میلان ہوگا جو تقریباً  $۵۴^{\circ}$  کا ہے۔ بالکل اسی طریقہ سے شعاع کا میلان  $A$ ۔ مر کے ساتھ دریافت کیا جاتا ہے۔

سایوں کی دریافت کو بخیر سہولت تین عنوانوں میں تقسیم کیا جاسکتا ہے:۔

- (۱) کسی شے کے سایہ کی دریافت تطبیلی مستویوں پر۔
- (۲) کسی شے کے سایہ کی دریافت خود اس شے پر۔
- (۳) کسی شے کے سایہ کی دریافت دوسری کسی شے پر۔



کسی شے کے سایہ کی دریافت تقطیلی مستویوں پر

یہ امر بظاہر ہے کہ کسی شے کا سایہ جس کی تعبیر قائم تقطیلی سے کی جاسکتی ہے بلحاظ شے مذکور کے خط لا ملا سے مفروضہ فاصلہ کے یا تو ایک مستوی پر واقع ہوگا یا دونوں پر۔ بہر حال کسی صورت میں بھی سایہ کے خاکہ کا مسلسل ہونا ضروری ہے۔

مندرجہ ذیل مسئلوں میں شعاع کی قرار دادہ سمت استعمال کی گئی ہے اور تمام شعاعیں 'دو ہرے زنجیری نقطہ دار' پیکانی سروں والے خطوط سے تعبیر کی گئی ہیں۔

مسئلہ عملی ۲۴۱۔ تقطیلی مستویوں پر ایک خط سے پیدا

ہونے والے سایہ کی دریافت۔

(۱) جب کہ سایہ صرف ایک تقطیلی مستوی پر واقع ہوتا ہے

(رہیٹ ۳۳ - شکل ۷۷)۔

(۲) جب کہ سایہ دونوں تقطیلی مستویوں پر واقع ہوتا ہے

(رہیٹ ۳۳ - شکل ۷۷)۔

## پہلی صورت

دیے ہوئے خط اب کے اطلال پہلے کھینچ لیے جائیں۔ مذکور بالا اصول کے مطابق ہم کو شعاعوں کے اطلال خط کے سروں میں سے کھینچنا ہوگا۔ چونکہ شعاعوں کے یہ اطلال ۱۔ ہر پر ملتے ہیں 'سایہ پورے طور پر ۱۔ میں واقع ہوگا۔ اُن نقطوں سے کہ جہاں پر شعاعوں کے



اطلال رُوکار میں خط لاکھا کو قطع کرتے ہیں ایسے عمود کھینچو کہ شعاعوں کے اطلال کو سطحی نقشہ میں نقاط ۱ اور ۲ میں قطع کریں - تب خط ۱ ب، مطلوبہ سایہ ہوگا۔

## دوسری صورت

شعاعوں کے اطلال دے ہوئے خط کے اطلال کے سروں سے کچھ شعاعوں کے اطلال جو ۱ اور ۲ میں سے کھینچ جائیں ۱۔ مرئی اور ۲ اور ۱ میں سے کھینچے ہوئے شعاعوں کے اطلال ۱۔ مرئی ملتے ہیں۔ لہذا سایہ کا کچھ حصہ تو ۱۔ مرئی اور کچھ حصہ ۲۔ مرئی واقع ہوگا۔ پہلی صورت میں بتائے ہوئے طریقے سے نقاط ۱ اور ۲ حاصل ہو سکتے ہیں مگر چونکہ یہ مختلف مستویوں میں واقع ہوتے ہیں ان کو ملائے والا خط، مطلوبہ سایہ کا حقیقی ظل نہیں ہوگا۔ ۱۔ مرئی پر سایہ کی سمت کو دریافت کرنے کے لیے یہ فرض کر دو کہ ۲۔ مرئی دور ہوا دیا گیا اور ۱۔ مرئی کو دریافت کر لو یہ نقطہ وہ ہے جہاں کہ ۱۔ مرئی ب، سرے میں گزرنے والے شعاعوں کے اطلال ۱۔ مرئی کو قطع کرتے ہیں ۲۔ مرئی اور ۱۔ مرئی کو ملائے سے ۱۔ مرئی حاصل ہوتا ہے جس کا یہ حصہ ۱۔ مرئی سایہ کا مطلوب حصہ ہوگا اور ۲۔ مرئی وہ حصہ ہوگا جو ۲۔ مرئی واقع ہوگا۔

مسئلہ عملی ۲۲۔ ایک انتصابی مستدیر تختی کے تظلیلی مستویوں پر سایہ کی دریافت (پلیٹ ۲۳۔ شکل ۲۳۔)

دی ہوئی تختی کے اطلال کھینچو اور سطحی نقشہ کو کسی تعداد کے نقطوں میں تقسیم کرو۔ ان میں سے ہر ایک نقطہ رُوکار میں دو نقطوں کو تیس کر لیا اور سطحی نقشہ میں نقاط کو  $\frac{1}{2}$  وغیرہ لکھنا ہوگا۔ رُوکار میں ان نقطوں کے مقام کا تعین کرنے کے لیے ہم تختی کا ایک معاون رُوکار خط لاکھا پر کھینچنا ہوگا جس سے قطر  $\frac{1}{2}$  کے رُوکار سے ہر نقطہ کے فاصلے ہم کو حاصل ہوں گے



گزشتہ دو مسئلوں کے طریقوں سے سطحی نقشہ اور رُودکار میں ان نقطوں میں سے کھینچے ہوئے شعاعوں کے انطلال سے مطلوب سایہ حامل ہو جائیگا جو ایک ناقص ہے۔

مسئلہ عملی ۲۲۳۔ ایک مستدیر تختی کے مجموعہ کے  
 علی القوائم ایک مستوی میں ہے اور ۱۔ ہر سے ماٹل ہے تظلیلی  
 مستویوں پر سایہ کو دریافت کرنا (پلیٹ ۳۳۔ شکل ۴)۔

دی ہوئی تختی کا سطحی نقشہ اور رُودکار کھینچ لو اور محیط پر نقطوں کی ایک  
 مناسب تعداد ج، د، ی، ف، گ، ح، وغیرہ، اور ان نقطوں میں سے  
 حسب معمول "شعاعوں" کے سطحی نقشہ اور رُودکار کھینچ لو۔ ان میں سے  
 بعض ۱۔ ہر میں اور بعض ۲۔ ہر میں بلینکے لہذا ہر سایہ کے حصے کھینچے  
 ہونگے مگر خاکہ کا مسلسل ہونا اور سیاہوں کا خط لاما میں ملنا ضروری ہے۔

کسی شے کے سایہ کی دریافت جو خود اُس پر بنے

اب تک ہم نے دو ابعاد والی اشیاء سے بحث کی۔ مگر یہ ظاہر ہے کہ  
 تین ابعاد والی کسی شے سے تظلیلی مستویوں پر سایہ بننے کے علاوہ خود اس کی  
 سطح کا کچھ حصہ منور نہ ہوگا اور لہذا تاریک رہیگا۔

مسئلہ عملی ۲۲۴۔ ایک قائم مسدسی مخروط مصلع کے (ج۔

۱۔ ہر میں واقع ہے) تظلیلی مستوی پر سایہ کو دریافت کرنا۔ اور  
 نیز مجسمہ کی سطح پر منور اور تاریک حصوں کو جدا کرنے والے خط کو  
 دریافت کرنا (پلیٹ ۳۳۔ شکل ۵)۔

مجسمہ کے انطلال کھینچو۔ تب اگر عت اور عت د جو اس میں سے



ایک شعاع کے (اظلال ہیں) کھینچ جائیں تو دیگر تمام شعاعوں کے سطحی نقشے اور رُکاوکار متوازی ہونگے۔ ظاہر ہے کہ دغ ی، ی ع ف اور ف ع ا رُخ منور نہیں ہیں لہذا اگر شعاع کا راس میں سے افقی چہرہ ت دریافت کر لیا جائے اور ا۔ ہر پیر کے سایہ کا خاکہ، ر ت اور دست کو ملانے سے حاصل ہوگا۔ تاریک اور منور حصوں کو علیحدہ کرنے والے خطوط اس صورت میں دغ اور دغ ہیں جو ملاحظہ سے فوراً معلوم ہو جاتے ہیں۔

مسئلہ علی ۲۴۵۔ ایک قائم مخروط کے جس کا قاعدہ کا  
مستوی ۱۔ مرکز متوازی اور اس سے نصف انچ کے فاصلہ پر  
ہے، تقلیلی مستویوں پر کے سایہ کی، اور اس کی سطح پر تاریک  
اور منور حصوں کو علیحدہ کرنے والے خطوط کی، دریافت (پلیٹ ۳۳-  
شکل ۷۱)۔

محزوط کے ظل، اور ایک شعاع کے اطلال  $رَؤ$  اور  $رَؤ$  و محزوط کے قاعدہ کے مرکز سے کھینچو۔ تب شعاع کا افقی چربہ و ایک دائرہ کا مرکز ہوگا اور یہ اس سایہ کو تعبیر کریگا جو محزوط کا قاعدہ  $۱$ ۔  $۲$  میں بناتا ہے۔ چونکہ قاعدہ کا مستوی  $۱$ ۔  $۲$  کے متوازی ہے اس لیے دائرہ کا نصف قطر، محزوط کے قاعدہ کے نصف قطر کے مساوی ہوگا۔

اس میں سے اس شعاع کے اطلال کھینچو۔ یہ چونکہ  $ع$ ۔  $۲$  میں متقاطع ہوتے ہیں اس لیے سایہ کا کچھ حصہ  $ع$ ۔  $۲$  میں ہوگا۔

نقطہ ج سے جہاں کہ شعاع کے نقطہ ع میں سے ٹوکا رہا خط لاما کو قطع کرتا ہے، خط لاما پر ایک عمود کھینچو جو شعاع کے ع میں سے سطحی نقشہ کو د میں قطع کرے۔ نقطہ د میں سے قاعدہ کے سایہ کے مستدیر خاکہ کے مماسی خطوط کھینچے جائیں تو ا۔ ہر میں واقع ہونے والے سایہ کا خاکہ حاصل ہو جائیگا جو خط لاما کو ی اور ف میں قطع کرے گا۔ شعاع ع کا



انتظامی چربہ مسئلہ ۲۴۱ (۲) کے طریق عمل سے اب حاصل کر لیا جاسکتا ہے اور ع۔ ح میں واقع ہونے والے سایہ کا خاکہ ی ع اور ف ع کو ملائے سے حاصل ہوگا۔

تاریک اور منور حصوں کو علیحدہ کرنے والے خطوط کی دریافت

یہ علیحدہ کرنے والے خطوط وہ خطوط تکوین ہونگے جن پر انتہائی نور کی شعاعوں میں سے گزرنے والے مستوی، مخروط کوئس کرتے ہیں۔ ان مستویوں میں راس واقع ہوگا۔ لہذا گ سے (جو شعاع کے ظل کا اُفتی چربہ ہے) مخروط کے راس میں سے گزرنے والے مخروط کے قاعدہ پر تماس کھینچے جائیں جب کہ مخروط ا۔ ح میں واقع ہو تو مطلوبہ نقطہ ح اور خ حاصل ہو جائینگے۔ ح اور ع میں سے گزرنے والے تکوینی خطوط منور اور تاریک حصوں کو علیحدہ کرنے والے خطوط ہونگے۔

مسئلہ عملی ۲۴۲۔ ایک قائم مخروط کے (جس کا محور اُفتی اور ع۔ ح سے مائل ہے) تطیلی مستوی پر کے سایہ کی دریافت اور اس کے منور اور تاریک حصوں کو علیحدہ کرنے کے خطوط کو معلوم کرنا (پلیٹ ۳۳۔ شکل ۱۱)۔

دیے ہوئے قائم مخروط کے اطلال کھینچ لو۔ اگر ا ب ج د مخروط کے مستدیر قاعدہ کے اُفتی اور انتظامی قطروں کے سروں میں سے گزرنے والی شعاعوں کے اُفتی چربے ہوں اور ع، راس ع ع میں سے گزرنے والی شعاع کا اُفتی چربہ ہو اور ا ب اور ج د کو زوجی قطر قرار دے کر ایک ناقص کھینچا جائے تو ع سے ناقص پر تماس، اسی سایہ کے خاکہ کی تکمیل کرتے ہیں جو مخروط ا۔ ح پر بناتا ہے۔



ہنورا اور تاریک حصوں کو علیحدہ کرنے والے خطوط کو معلوم کرنا

اگر پ اور ق ناقص ا ب ج د پ ر ع سے کھینچے ہوئے ماسوں کے نقاط تماس ہوں تو پ اور ق میں سے گزرنے والی شعاعوں کے سطحی نقشے مخروط کے قاعدہ کے سطحی نقشہ کو س اور ن میں قطع کریں گے۔ س اور ن میں سے کھینچے ہوئے تکوینی خطوط سے منور اور تاریک حصوں کے علیحدہ کرنے والے خطوط معلوم ہو جاتے ہیں۔

مسئلہ عملی ۲۲۷۔ کسی اسطوانہ کی سطح پر منور اور تاریک حصوں کو علیحدہ کرنے والے خطوط اور روشن ترین خط کی دریافت (پلیٹ ۳۴ - شکل ۱۷)۔

ایک عام صورت ہے لہذا ایک ایسے اسطوانہ کے اظلال کھینچیں کہ محور دونوں تقابلی مساقیوں سے مائل ہو۔

روشن ترین خط کی دریافت

چونکہ اسطوانہ کی سطح پر روشن ترین نقطہ وہ ہونگے کہ جہاں نور کی شعاعیں سطح پر علی القوائم واقع ہونگی اس لیے روشن ترین خطوط کی دریافت کے لیے ایک مستوی جس میں نور کی شعاعیں واقع ہوں اور اسطوانہ کی سطح کے عماد کا تقاطع دریافت کرنا ہوگا۔ ایسا مستوی اسطوانہ کے محور میں سے گزریگا اور اس میں تمام ایسی شعاعیں واقع ہونگی کہ جن کو بڑھا جائے تو محور میں سے گزریں۔ لہذا اس مطلوب مستوی کے افقی چربہ کا محور کے افقی چربہ میں سے گزرنے لازمی ہوگا (یعنی نقطہ ویس سے)۔ اگر ہم کسی نقطہ ن میں سے جو محور پر ہو کسی شعاع کے ظل کھینچیں اور اس کا افقی چربہ ک دریافت کریں تو ظاہر ہے کہ مطلوب مستوی کے افقی چربے پر ک ایک اور



نقطہ ہوگا۔ اور یہ مستوی ک و میں سے کھینچا جاسکتا ہے اور بڑھانے پر قاعدہ کے محیط کو ی میں قطع کریگا۔ ی میں سے کھینچے ہوئے خط تکوین سے روشن ترین مطلوب خطی ف حاصل ہوگا۔

منور اور تاریک حصوں کو علیحدہ کرنے کے خطوط دریافت کرنا

یہ علیحدہ کرنے والے خطوط، وہ خطوط تکوین ہونگے جن پر ایک ایسا مستوی جس میں انتہائی شعاعیں واقع ہونگی، اسطوانہ کو مس کریگا۔ اور بیان شدہ طریقہ کے مطابق، یہ مستوی محور میں سے گزرنے والے مستوی کے متوازی ہوگا۔ اسطوانہ کے قاعدہ پر ایسے مماسی خطوط کھینچو جو خط ی و ک کے متوازی ہوں اور قاعدہ کو نقاط گ اور م پر قطع کریں۔ یہ مطلوب مماسی مستویوں کے افقی چربوں کو تعبیر کریں گے اور خطوط تکوین گ ل اور م پ منور اور تاریک حصوں کو علیحدہ کرنے والے مطلوب خطوط ہونگے۔

انتصابی قائم اسطوانہ کی صورتوں میں مماس ان شعاعوں کے سطحی نقشہ کے ساتھ منطبق ہونگے جو اسطوانہ کے مدور سطحی نقشے کے ساتھ مماس کے طور پر کھینچی گئی ہیں۔

اس مخروط کی عام صورت بالکل اسی طرح کی ہے جس سے کہ مسئلہ ۲۲۵ کی خاص صورت میں بحث کی گئی ہے۔

مسئلہ عملی ۲۲۸۔ کسی کرہ کی سطح پر روشن ترین نقطہ کی دریافت اور منور اور تاریک حصص کو علیحدہ کرنے والے خطوط کو معلوم کرنا اور نیز تطبیلی مستوی پر کرہ کے سایہ کو دریافت کرنا (پلیٹ ۳۴ - شکل ۷)۔

روشن ترین نقطہ کی دریافت اور کرہ پر کسی نقطہ کے سایہ کی



دریافت، دونوں ایک ہی مسئلہ ہے۔ اس سے مسئلہ علی ۲۵۳ میں بحث کی جائیگی۔ فرق دونوں میں صرف یہ ہے کہ دیا ہوا نقطہ، کرہ کے مرکز میں سے گزرنے والی شعاع پر کوئی نقطہ ہوگا۔

منور اور تاریک حصص کو علیحدہ کرنے والے خطوط اور  
تظلیلی مستوی پر کرہ کے سایہ کی دریافت

کسی قائم اسطوانہ سے آنے والی نور کی شعاعوں کو اگر ایک کرہ روک دے تو تظلیلی مستوی پر کرہ کے سایہ کا خاکہ، اس مستوی سے اسطوانہ کی تراش ہوگا۔ اس خاکہ کی شکل ایک ناقص (Ellipse) ہوگی۔ مزید یہ کہ نصف کرہ تو تاریک ہوگا اور چونکہ منور اور تاریک حصص کو علیحدہ کرنے والا بڑا دائرہ، اسطوانہ کی شعاعوں اور کرہ کا دائرہ تماس ہے، اس کا مستوی شعاعوں کی سمت کے علی القوائم ہوگا اور دونوں اطلاق، شکل ناقص ہونگے۔

روک دیے جانے والی شعاعوں کے اسطوانہ کا ایک معاون روکار کسی لامبا خط (لامبا) پر شعاعوں کے سطحی نقشوں کے متوازی اور کرہ کو تماس کرتے ہوئے بنانا چاہیے۔ طول عمل سے بچنے کے لیے ہم نئے ازمنی خط لامبا کو ایسے مقام میں رکھ سکتے ہیں کہ کرہ کا دیا ہوا سطحی نقشہ، مطلوب معاون روکار ہو جائے۔ م س، ن ت کو کرہ کے روکار کو چھوتے ہوئے ایسے کھینچو کہ لامبا کے ساتھ زاویہ طہ جو نور کی شعاعوں کے حقیقی میلان کے مساوی زاویہ ہے بنائیں۔ تب ر کی ہوئی شعاعوں کے اسطوانہ کا روکار لامبا پر م س، ن ت ہوگا اور م س کے متوازی و پ، اس کے محور کا روکار ہوگا اور م ن (لامبا پر) اسطوانہ اور کرہ کے دائرہ تماس کا روکار ہوگا۔ چونکہ ایسے خطوط لے جو سطحی نقشہ میں شعاعوں کے متوازی ہوں اور کرہ کے سطحی نقشہ کو ر اور ب میں کس کریں، اسطوانہ کا سطحی نقشہ حاصل ہوتا ہے۔ ہلندا تماس کو بڑے دائرہ کے افقی قطر کا سطحی نقشہ لب ہے اور اس وجہ سے یہ



مطلوبہ شکل ناقص کا محور اعظم ہے۔ مَن کو م اور ن تک تقطیل کرنے سے محور اصغر مَن حاصل ہو جاتا ہے۔ نقطوں و ب کی تقطیل سے رُوکار کھینچ لیا جاسکتا ہے اور یہ رُوکار میں شکل ناقص کے افقی قطر پر ہوگا۔ م اور ن سے بالائی تقطیل کرو اور مَن کو لاہما خط کے اوپر اتنا ہی بلند بناؤ جتنا کہ لاہما سے م اور ن اوپر ہیں۔ ت اور ق سے تقطیل کیے ہوئے خطوط سے جو کُرہ کے محیط کو رُوکار میں قطع کرتے ہیں ناقص پر کے مزید نقطہ حاصل ہونگے اس ناقص کو کھینچ لیا جائے۔ اس امر کا تصفیہ کہ کونسا حصہ سایہ دار ہوگا اب کچھ مشکل نہیں ہوگا۔

۲۔ اب تقطیلی مستوی پر کُرہ کے سایہ کی دریافت باقی ہے۔

نقطہ پ جو پ سے تقطیل سے حاصل ہوا ہے، شعاعوں کے اسطوانہ کے محور کا افقی چر ہے لہذا ناقص کا مرکز ہے جس میں کہ وہ ۱۔ مرکز کو قطع کرتا ہے۔ اس ناقص کا محور اعظم، اسطوانہ کے محور کے سطحی نقشہ سے منطبق ہو جاتا ہے اور نقطہ ل اور س، اس کے سرے ہیں۔ محور اصغر پ میں سے گزرنے والے کُرہ کے قطر کے مساوی ہوگا۔ شکل ناقص اب کھینچ لی جاسکتی ہے۔

مسئلہ علی ۲۴۹۔ ایک مجوف نصف کُرہ کے اندر کے

سایہ کی دریافت جب کہ نصف کُرہ کا مستدیر سر افقی ہو۔

(پلیٹ ۳۴ - شکل ۳)۔

دیے ہوئے نصف کُرہ کا سطحی نقشہ اور رُوکار کھینچ لو۔ پہلے ہم اس شعاع پر غور کریں گے جس کا سطحی نقشہ و ب، دیں سے گزرتا ہے جو کہ نصف کُرہ کا مرکز ہے۔ اس نقطہ کو جہاں کہ شعاع نصف کُرہ کو قطع کرتی ہے دیا کرنے کے لیے علامہ پ پر نصف کُرہ کا ایک معاون رُوکار و ب کے متوازی بناؤ۔ اب اگر ہم و ب کو خط لاہما سے شعاع کا حقیقی میلان بناتے ہوئے کھینچیں اور نقطہ ا کو و ب پر تقطیل کریں تو ہم کو ا حاصل ہوگا جو مطلوب



نقطہ تقاطع کا مستوی ہے۔ مسئلہ عملی ۲۴ سے حقیقی زاویہ میلان معلوم کیا جاسکتا ہے یا زیادہ آسان طریقہ یہ ہے کہ زاویہ رقی پ کو ۴۵ کے مساوی اور پ س = رقی کے بناؤ۔ تب زاویہ رس پے قراردادہ شعاع کے میلان کا حقیقی زاویہ ہوگا۔

اس خاص شعاع کی صورت میں معاون روکار ایک نصف دائرہ ہے جو نصف کرہ کے نصف قطر سے کھینچا گیا ہے۔ دیگر شعاعوں کو لینے اور نصف کرہ کی تراشوں کے معاون روکاروں کو جو شعاعوں والے انتصابی مستویوں سے بنتے ہیں بنانے سے متعدد نقطے ج، د، وغیرہ کے مقام متعین کیے جاسکتے ہیں۔ نقطہ پ جہاں ایک ماسی شعاع نصف کرہ کو لمس کرتی ہے سایہ کی حد ہوگا۔

روکار میں متناظر نقطوں کو دریافت کرنے کے لیے نقطہ روکار میں سے قائم کیا جاتا ہے۔ و میں سے ایک شعاع کا (۴۵ پر) روکار کھینچو۔ اسے بالائی اقلیل کی جائے تو نقطہ ا حاصل ہوتا ہے۔ اسی طرح دیگر نقطے ج، د، وغیرہ کا تعین کیا جاسکتا ہے اور سایہ کے خاکہ کا معنی یہ سچ لیا جاتا ہے۔

مسئلہ عملی ۲۵۔ ایک نصف اسطوانہ میں جو ۱۔ ۲۔ ۳۔ ۴۔ ۵۔ ۶۔ کھڑا ہوا ہے بننے والے سایہ کو دریافت کرنا (پلیٹ ۳۴ - شکل ۷)۔

نصف اسطوانہ کے اطلال کھینچو۔ و میں سے گزرنے والی شعاع کا سطحی نقشہ سایہ کی ایک حد کو بتاتا ہے اس کی وجہ یہ ہے کہ داہنی جانب کی تمام شعاعیں بغیر کسی روک کے گزر جاتی ہیں۔

نقطہ روکار میں شعاع کے اطلال کے ذریعہ جو و اور و میں سے کھینچے جائیں دریافت کیا جاتا ہے۔ د پر کی ماسی شعاع سے نقطہ دل جاتا ہے جو سایہ کی حد ہے۔ ا کی طرح متعدد نقطے ب، ج، وغیرہ دریافت



کیے جاسکتے ہیں۔

**مسئلہ عملی ۲۵۱۔** ایک مجوف نصف کرہ کے اندر کے سایہ کی دریافت جب کہ مستدیر سر امتضابی ہو (پلیٹ ۳۴- شکل ۵)۔

دیے ہوئے نصف کرہ کے اطلاق کھینچ لو۔ مسئلہ عملی ۲۴۹ کے طریقہ سے شعاعوں والے افقی مستویوں سے بننے والے نصف کرہ کی تراشوں کا ایک معاون سطحی نقشہ بناؤ۔ اور اس طرح حاصل شدہ نقطوں 'ا'، 'ب'، وغیرہ میں سے قرار دادہ شعاع کے حقیقی میلان کے مساوی زاویے بناتے ہوئے خطوط کھینچو اس طرح 'ا'، 'ب' وغیرہ جو نقطے حاصل ہونگے وہ سایہ کے خاکہ کے منحنی پر ہونگے۔

**مسئلہ عملی ۲۵۲۔** ایک اسطوانہ نما ستون پر مخمسی ٹوپی سے بنایا ہوا سایہ دریافت کرنا (پلیٹ ۳۴- شکل ۶)۔

یہ مسئلہ سیاؤں کے استعمال کی صرف ایک عملی مثال بتانے کے لیے دیا گیا ہے اور اس کے طریق عمل میں کوئی نئی بات نہیں ہے۔ سایہ کی حد تک میں سے شعاع کی اوپر پر مماسی شعاع کی تقطیل سے حاصل ہوتی ہے۔ سایہ کا خاکہ کئی مناسب شعاعیں مثلاً 'ا'، 'ب'، 'گ' میں سے لینے سے حاصل ہو جاتا ہے۔

ایک شے کے سایہ کی دریافت دوسری کسی شے پر  
ایک شے کے سایہ کی دریافت کسی دوسری شے پر جو مستوی سطح سے گھری ہوئی ہو زیادہ مشکل کام نہیں ہے۔ اور کسی شے کے سایہ کی دریافت کسی منحنی سطح پر حسب ذیل دو عام صورتوں سے معلوم کی جاسکتی ہے :-



**مسئلہ عملی ۲۵۳۔** ایک کرہ پر ایک نقطہ کے سایہ کو دریافت کرنا (پلیٹ ۳۵ - شکل ۷)۔

فرض کرو کہ دیا ہوا نقطہ ۱ اور دیا ہوا کرہ ہے۔ ان کے رُود کار کھینچ لو۔ اب مسئلہ صرف یہ رہ جاتا ہے کہ کرہ کے ساتھ نقطہ ۱ میں سے گزرنے والی شعاع کا تقاطع دریافت کیا جائے۔ ایک انتصابی مستوی جس میں کہ شعاع واقع ہے فرض کرو کہ کرہ کو قطع کرتا ہے۔ اس مستوی کا افقی چرہ ۱ ب، شعاع کا سطحی نقشہ ہوگا۔ اور کرہ کے ساتھ اس کی تراش ایک انتصابی دائرہ ہوگی جس کا قطر دی کے مساوی ہوگا اور اس دائرہ کا مرکز عموداً ح کے اوپر ہوگا جو دی کا بھی مرکز ہے اور اس کی بلندی ۱۔ ہر کے اوپر وکی بلندی کے مساوی ہوگی۔

ب کو چول قرار دے کر اس معاون مستوی کو ح۔ ہر میں عمل کے ذریعہ حاصل کرو۔ نقطہ ب ساکن ہے ح حرکت کر کے ح تک اور ۱، ب تک پہنچ جاتا ہے۔ بالائی تنظیم سے نقاط ح اور ا دریافت کرو۔ اب کو ملاؤ اور ح مرکز اور ح ی نصف قطر سے ایک دائرہ کھینچو۔ اس دائرہ کے ا ب کے ساتھ تقاطع کے نقاط پ اور ن، شعاع کے دیے ہوئے کرہ کے ساتھ تقاطع کے حقیقی نقطے ہونگے جب کہ ع۔ ہر میں عملاً حاصل کیے جائیں۔ ان نقطوں کے متناظر اطلال حاصل کرنے کے لیے لاما کے متوازی پ پ اور ن ن کھینچو کہ شعاع کے رُود کار ۱ ب کو پ پ اور ن میں قطع کریں۔ تب یہ نقطے تقاطع کے نقطوں کے مطلوبہ رُود کار ہونگے اور حسب معمول حاصل کیے ہوئے پ پ ن، سطحی نقشے ہونگے۔

**مسئلہ عملی ۲۵۴۔** ایک مخروط پر ایک نقطہ کے سایہ کو دریافت کرنا (پلیٹ ۳۵ - شکل ۷)۔

مخروط کے دیے ہوئے نقطہ ۱ کے اوپر و میں سے ایک شعاع کے



اظہار کھینچ لو۔ خط لایا کو کسی مناسب ہمواری (مثلاً کا) پر نشان کر لو اور اس سے نقطہ ل کو نام دو۔

سب سے پہلے اس خط تکوین کو دریافت کرنا ہوگا جس پر شعاع مخروط میں داخل ہوتی ہے۔ تب دی ہوئی شعاع کے ساتھ اس کا تقاطع مطلوب نقطہ ہوگا۔ اس کو دریافت کرنے کے لیے یہ فرض کرو کہ مخروط کے راس میں سے ایک مستوی گزرتا ہے اور اس میں شعاع واقع ہے۔ اب مخروطی سطح کے ساتھ اس کا مقام تقاطع دریافت کرو۔

شعاع کا افقی چرچہ ب اور ع کا نشان ۱۲ دریافت کرو۔ ان تینوں نقطوں میں سے مستوی ہر کو گزراؤ۔ مخروط کے قاعدہ اور مستوی ہر کے ارتفاعی خط (۱۴) کا نقطہ تقاطع گ دریافت کرو۔ تب گ ع اور گ ع تقاطع کے مطلوب خط تکوین کے علی الترتیب سطحی نقشہ اور رُوکار کو تعبیر کریں گے۔

شعاع کے ساتھ اس خط تکوین کا تقاطع نقطہ پ پ دیتا ہے جہاں کہ شعاع مخروط کو قطع کرتی ہے۔ خط پ پ کا انصباب، عمل کی صحت کا معیار ہوگا۔ اس مسئلہ کی مدد سے کسی شے کا سایہ مخروطی سطح پر دریافت کیا جاسکتا ہے۔

## سیاہوں کے خطوط کھینچنا

نور کی مقدار جو کسی سطح سے منعکس ہو کر آتی ہے اس زاویہ پر منحصر ہوتی ہے جو منور شعاعیں واقع ہونے میں اس سطح سے بناتی ہیں۔ جب شعاعیں علی القوالم واقع ہوتی ہیں تو سطح بالکل خالص سفید ہوگی اور جوں جوں شعاعیں زیادہ منحرف ہوتی جائیں گی اسی نسبت سے سطح کا رنگ بھی زیادہ تاریک ہوتا جائیگا۔ لہذا کسی شے کے تاریک یا منور ہونے کے متعلق سب سے پہلے یہ دیکھنا ہوگا کہ اس کا کونسا حصہ سب سے زیادہ منور ہے یعنی وہ حصہ کونسا ہے جس پر نور کی شعاعیں عموماً واقع ہوتی ہیں۔

اس کے بعد یہ معلوم کرنا ہوگا کہ منور اور سایہ دار حصوں کو علیحدہ کرنے والا خط کونسا ہے یعنی بالفاظ دیگر شے کی سطح پر وہ کونسا خط ہے جس کے پرے نور کی



شعاعیں سطح پر واقع نہیں ہوتیں۔ اور سوائے اُس نور کے جو منعکس ہو کر اس پر پڑتا ہے یہ حصہ شعاعوں سے غیر منور ہوگا۔  
ان دونوں امور کی دریافت کے طریقوں سے گزشتہ صفحوں میں بحث کی گئی ہے۔

تاریکی یا سیاہی کی حدت، جسم کی شکل کی گونا گوں خصوصیتوں، تنویر کی حدت اور جس جسم پر روشنی پڑتی ہے شعاعوں کے لحاظ سے اس کے مقام پر منحصر ہوتی ہے۔

روشنی کے لیے کھلی ہوئی سپیٹی سطوح جن پر نور کی شعاعیں علی التوا واقع ہوتی ہیں نظری طور پر بے رنگ اور سفید تصور کی جاتی ہیں۔ اور غمی کاموں میں یا تو بالکل سفید چھوڑ دی جاتی ہیں یا ہلکے سے ہلکے کوئی رنگ جو ممکن ہو سکتا ہے اس سے ان کو یکساں شوب دیا جاتا ہے۔

دیگر سطحوں کا رنگ جن پر نور کی شعاعیں زاویہ قائمہ سے کم زاویہ بناتی ہوئی واقع ہوتی ہیں، نور کی شعاعوں اور زیر بحث مستوی کے درمیان زاویہ کے لحاظ سے، مذکورہ بالا ہلکے سے ہلکے رنگ سے لے کر کسی درجہ تک، حسب خواہش تاریک دکھایا جاسکتا ہے۔ منحنی سطحوں میں، تاریکی کا درجہ ہر ایک حصہ میں خالص سفید سے لے کر بالکل سیاہ تک متغیر ہو سکتا ہے۔ ہندی نقشوں میں، نور کی شعاعوں کی سمت، دونوں اظلال کے ذریعہ جو ارضی خط سے ۴۵° کا میلان رکھتے ہیں دریافت کی جاتی ہیں۔ کسی شے کے سطحی نقشہ اور رُوکار کے ذریعہ ہم تاریک حصوں یا سیاہوں کی نظری شکل بھی دریافت کر سکتے ہیں اور نیز مذکورہ بالا بیان اور اُن قراردادہ قواعد کے لحاظ سے جو ذیل میں دیے جاتے ہیں شے کی سطح کے ہر حصہ کے لیے رنگ کی مقدار بھی دریافت کر سکتے ہیں۔

کسی دی ہوئی سطح پر رنگوں کو دکھانے کے متعلق ذیل کے قواعد عام طور پر مستعمل ہیں۔

چپٹی سطحیں جو آکھ سے، تمام نقطوں پر مساوی فاصلہ رکھتی ہوں یکساں



گہرائی کے رنگ سے دکھائی جائیں۔ گہرائی کا انحصار اُس زاویہ پر ہوگا جو نور کی شعاعیں زیر بحث سطح سے بناتی ہیں۔

تاکم تظلیل میں جہاں کہ مرئی شعاعیں، افقی تظلیل مستوی کے متوازی تصور کی جاتی ہیں، (رُؤکار میں اور انحصاری مستوی کسی سطحی نقشہ میں لیا جائے تو اس صورت میں بھی) ہر ایسی سطح کے متعلق جو تظلیلی مستویوں میں سے کسی ایک کے متوازی ہو، یہ فرض کیا جاتا ہے کہ اس کے تمام حصے آنکھ سے ایک ہی فاصلہ پر ہیں۔

جب اس طرح واقع ہونے والی دو سطحیں ایک دوسری کے متوازی ہوں تو وہ جو آنکھ سے قریب تر ہو نسبت دوسری کے ہلکے رنگ میں بتائی جائے۔

ہر ایسی سطح جو نور کی شعاعوں کے لیے کھلی ہوئی ہو مگر تظلیلی مستوی کے متوازی نہ ہو اور اس لیے اس کے کوئی دو نقطے آنکھ سے مساوی فاصلہ پر نہ ہوں، غیر مساوی رنگ حاصل کریں گی۔ رنگ کی گہرائی جوں جوں سطح کا کوئی حصہ آنکھ سے دور ہوتا جائے بتدریج بڑھتی جائیگی۔ اگر دو سطحیں غیر مساوی طور پر روشنی کے لیے کھلی ہوئی ہوں تو وہ جو شعاعوں کے لیے زیادہ سیدھی اور متضاد ہو ہلکا رنگ حاصل کریں گی۔

جب ایک سطح جو بالکل سایہ میں ہو کسی ایک تظلیلی مستوی کے متوازی ہو تو وہ یکساں گہرا رنگ لیں گی۔

جب ایک دوسرے کے متوازی اشیاء سایہ میں ہوں تو وہ جو آنکھ سے قریب تر ہے زیادہ گہرا رنگ حاصل کریں گی۔

جب کوئی سطح جو سایہ میں ہو کسی ایک تظلیلی مستوی سے مائل ہو تو اس کا وہ حصہ جو آنکھ سے قریب ترین ہو سب سے زیادہ گہرا رنگ لینگا۔

جب دو سطحوں پر جو روشنی کے لیے کھلی ہوئی ہوں مگر نور کی شعاعوں کے ساتھ غیر مساوی میلان رکھتی ہوں کوئی سایہ ہے، تو زیادہ منور سطح پر کا سایہ بہ نسبت تاریک سطح کے سایہ کے زیادہ گہرا ہوگا۔



مسئلہ عملی ۲۵۵۔ ایک منشور کے رُخوں پر سایہ کی گہرائیوں کو دریافت کرنا (پلیٹ ۳۵ - شکل ۳)۔

فرض کرو کہ منشور پر سایہ دار خطوط کھینچنا مطلوب ہے۔ منشور کے مقام کے لحاظ سے جو اس کے سطحی نقشہ میں بتایا گیا ہے رُخ (وَف) کی سطح پر چونکہ شعاعیں تقریباً اعلیٰ القوائم پڑتی ہیں یہ سب سے ہلکا ہوگا۔ مگر یہ رُخ تظلیلی مستوی سے ماٹل ہے لہذا اس پر سایہ یکساں نہ ہوگا۔ اس کا تاریک ترین حصہ وہ ہوگا جو آنکھ کے فرض کردہ نقطہ سے بعید تر ہوگا یعنی (ی ف) اور قریب کا حصہ (و د) سب سے ہلکا ہوگا۔

رُخ (و ج) کے انتہائی تظلیلی مستوی کے متوازی ہونے کی وجہ سے آنکھ سے اس کے تمام نقطوں کا فاصلہ مساوی ہے۔ شعاعیں جس زاویہ پر اس رُخ کو ٹکراتی ہیں اس کا مقابلہ اگر اُس زاویہ سے کیا جائے جو وہ (و ف) سے بناتی ہیں تو یہی حالت میں زاویہ (پ ب و) اور دوسری حالت میں زاویہ م ۲ ی ہوگا۔ گو یہ زاویے مقابلے کی غرض سے استعمال کیے جاسکتے ہیں لیکن درحقیقت یہ صحیح زاویہ ہائے میزان نہیں ہیں جو شعاعیں زیر بحث کسی رُخ سے بھی بناتی ہیں۔

رُخ (و ج) کے رنگ کی گہرائی بہ نسبت رُخ (و ف) کے تاریک ترین حصہ کے زیادہ مگر بالکل یکساں ہونی چاہیے۔

رُخ گ ج بالکل سایہ میں ہوگا۔ لہذا اس کے رنگ کی گہرائی آنکھ سے قریب ترین فاصلہ پر یعنی ب ج پر سب سے زیادہ ہوگی اور گ ج پر کمترین۔ یہاں کا رنگ رُخ (و ج) کے پھیلے رنگ سے زیادہ تاریک ہوگا۔ تاریکی کے ان درجوں کو بُرش سے عملی طور پر حاصل کرنے کے طریقوں سے آئندہ بحث کی جائیگی۔

مسئلہ عملی ۲۵۶۔ ایک اسطوانہ کے سایہ دار حصہ کی دریافت (پلیٹ ۳۵ - شکل ۴)۔



اسطوانہ کی صورت میں رنگ کی گہرائی اُس کی سطح کے ہر خطِ تکوین کے لیے مختلف ہوگی۔

اسطوانہ کے سایہ دار خطوط کھینچنے میں یہ ضروری ہے کہ منور اور تاریک حصے کے درمیان رنگ کے فرق کا مناسب لحاظ رکھا جائے۔ یہ یاد رکھنا ضروری ہے کہ تاریکی اور نور کے درمیان فرق بتانے والا خط (ی) پر کے خطِ تکوین سے حاصل ہوتا ہے اور یہ (ن) سے جو اسطوانہ کے سطحی نقشہ کی مماسی شعاع کا سطحی نقشہ ہے دریافت کیا جاتا ہے۔ دیکھو مسئلہ ۲۴۷۔ لپذا اسطوانہ کا وہ حصہ جو سایہ میں ہے خطوط (ن) اور (ب) کے درمیان واقع ہے۔ اس حصہ کو سایہ میں واقع ہونے والے تظلیلی مستوی سے مائل سطحوں کے قاعدہ کی رُوسے، جو اوپر بیان ہو چکا ہے سایہ دار خطوط سے بتانا چاہیے۔ اسطوانہ کا بقیہ حصہ جو مرئی ہے نور کی شعاعوں سے منور ہوتا ہے۔ مگر مستدیر شکل کا ہونے کی وجہ سے نور کی شعاعیں ایسے زاویے بناتی ہیں جو اس کی سطح کے ہر حصہ پر مختلف ہوتے ہیں۔ گولائی کی ابھی طرح تعبیر کرنے کے لیے احتیاط کے ساتھ سطح کے اُس حصہ کو دریافت کرنا ضروری ہوگا جو کہ روشن ترین ہے۔ یہ حصہ خطِ تکوین (د) پر واقع ہے اور اس کو خط (س) سے جو اسطوانہ کے مرکز میں سے کھینچی ہوئی شعاع کا سطحی نقشہ ہے دریافت کیا جاسکتا ہے دیکھو مسئلہ عملی ۲۴۸۔ چونکہ مرئی شعاعیں انتصابی مستوی کے علی القوائم اور اس لیے ۵ کے متوازی ہیں جو اسطوانہ کے سطحی نقشہ کے مرکز میں لاجباً خط کے علی القوائم کھینچا گیا ہے اس لیے ظاہر ہے کہ اوپر بیان شدہ قواعد کی رُوسے، وہ حصہ جو آئندہ کو واضح ترین نظر آئیگا، اس خط کے قریب ہوگا۔ اگر ہم زاویہ ۵ و ۵ کو خط و م سے تنصیف کریں تو ہم اس نتیجہ پر پہنچ سکتے ہیں کہ اسطوانہ کا سب سے ہلکا سایہ والا حصہ ۱۴ اور م کے خطوط تکوین کے درمیان (د) کے مساوی اور (د) کا نصف ہوگا۔ اگر اسطوانہ جھکدار ہو، مثلاً بر خراوا (Turned) رُوسے کا دھرا، یا سنگ مرمر کا ستون، تو اس حصہ پر کوئی رنگ نہ ہوگا۔ ہاں اگر اسطوانہ کی سطح



کھردری ہو جیسے کہ ڈھلے لوہے کے پائپ کی ہوتی ہے تو اس صورت میں ایک ہلکا سا، (دوسرے کسی حصہ کی بہ نسبت بہت ہی ہلکا سا) رنگ اس کو دیا جاسکتا ہے۔ سایہ کی گہرائی بتدریج (ی ی) سے (م م) تک کم ہوتی جائیگی اور پھر (د د) سے (و و) تک بڑھتی جائیگی۔

خط نمونہ ی ی کے بالکل قریب کا حصہ، اسطوان کا تاریک ترین حصہ ہوگا اور سایہ کی گہرائی اس سے ب ب تک کم ہوتی جائیگی۔ ب ب پر کارنگ، نور میں واقع ہونے والی سطح کے تاریک ترین حصہ سے بھی زیادہ تاریک ہوگا۔

مسئلہ عملی ۲۵۷۔ ایک مخروط کے سایہ دار حصہ کی

دریافت (پلیٹ ۳۵ - شکل ۷۵)۔

اسطوان میں جن امور سے اوپر بحث کی جا چکی ہے مخروط پر بھی ان کا اطلاق ہوتا ہے۔ روشن ترین حصہ کا خط (ج د) پہلے دریافت کرنا ہوگا اور پھر نور اور سایہ دار حصص کو علیحدہ کرنے والا خط (ج ی) دریافت کیا جائیگا۔ مثلث (ج ی ب) مخروط کا تاریک ترین حصہ ہوگی اور مثلث ج ۲ تر جو اسطوان کے بیان شدہ طریقہ کے مطابق دریافت کی جاتی ہے وہ حصہ ہوگی جو روشن ترین ہوگا۔ مخروط کے سایہ دار مخروط کھینچنے میں ان قواعد کی پابندی کرنا چاہیے جو آنکھ سے غیر مساوی فاصلہ پر کی سطحوں کے سایہ دار مخروط کھینچنے کے متعلق اوپر بیان ہو چکے ہیں۔ لہذا مخروط کا تاریک ترین حصہ مثلث (ج ۸) ہوگی جو خط نمونہ (ج ی) کے بالکل قریب میں واقع ہے۔ اور یہ رنگ بتدریج کم ہوتا جائیگا حتیٰ کہ (ج ب) مخروط کا کنارہ پہنچ جائے۔ البتہ اس امر کا یہاں خیال رکھنا ضروری ہے کہ سایہ میں واقع ہونے والی سطح کا ملکہ سے ہلکا رنگ، نور میں واقع ہونے والی سطح کے گہرے سے گہرے رنگ سے تاریک تر ہے۔ جس طریقہ سے بتدریج مختلف رنگ ایک دوسرے میں ملائے جاتے ہیں وہ آگے چل کر سمجھ میں آئیگا۔



## یکساں رنگوں سے سایہ دار حصہ بنانا

یہاں برش کے استعمال کے متعلق چند ہدایتیں دی گئی ہیں اور ایسے عام طریقے سمجھائے گئے ہیں جو قراردادہ رنگوں اور سایوں کو حاصل کرنے میں کارآمد ہوتے ہیں۔

عام طور پر سایہ دار حصہ بنانے میں جو طریقے اختیار کیے جاتے ہیں وہ یا تو متعدد یکساں رنگوں کے انطباق ہوتے ہیں یا ایسے رنگ ہوتے ہیں جن کے کناروں پر ان کو ہلکا کر دیا جاتا ہے۔ ان دونوں طریقوں میں سے اول الذکر زیادہ سہل ہے اور پہلے اسی کو اختیار کرنے کی کوشش کرنی چاہیے۔

یکساں رنگ لگانے کا طریقہ آسان ہے اور اس کے لیے صرف ایک بھیگا ہوا برش درکار ہوتا ہے اور بہت زیادہ مقدار میں رنگ کی ضرورت نہیں ہوتی۔ کئی یکساں رنگوں کو جمع کر کے کسی ایک درجہ دار رنگ کا حاصل کرنا مشکل طریقہ ہے۔ یہ حسب ذیل ہے :- اوپر بیان شدہ ایک منشور کو مثال کے طور پر لے کر اس کے رخ (ب ح) کو سایہ دار بنانا شروع کرو۔ (دیکھو پلیٹ ۳۵ - شکل ۱)۔

پہلے انتصابی خطوط سے منشور کے رخ کو چار مساوی حصوں میں تقسیم کرو۔ ان خطوط کو پشیل سے بہت ہلکا کھینچنا چاہیے کیونکہ ان کی صرف غرض یہ ہے کہ رنگوں کو جانٹا کیا جائے۔ پہلے حصے ب ۴ پر پھورا رنگ پھیلایا جاتا ہے۔ جب یہ خشک ہو جائے تو اسی طرح کارنگ پھر ب ۵ تک پھیلایا جاتا ہے یعنی پہلے اور دوسرے دونوں پر پھر رنگ کیا جاتا ہے۔ جب یہ خشک ہو جائے تو پھر (ب ۶) پر رنگ پھیرا جاتا ہے وغیرہ وغیرہ۔ حتیٰ کہ اخیر میں ایک اور دفعہ کا رنگ جو کل سطح پر پھیر دیا جاتا ہے منشور کے اس رخ کو حسب خواہش درجہ بدرجہ تاریک کر دیتا ہے۔ رنگوں کی تعداد جو اس قسم کی تدریجی تاریکی کو حاصل کرنے میں مستعمل ہوتی ہے، اس سطح کی وسعت پر منحصر ہوتی ہے جس کو تاریک کرنا منظور ہوتا ہے اور رنگوں کی گہرائی ان کی تعداد کی نسبت سے بدلتی ہے۔



جوں جوں شوبوں کی تعداد بڑھتی جاتی ہے کل سایہ دار حصہ ایک نرم شکل بتدریج اختیار کرنے لگتا ہے اور ان خطوط کی جو مختلف رنگوں کی حد بندی کرتے ہیں سختی کم ہونے لگتی ہے اور وہ نمایاں بھی ہونے لگتے ہیں۔ اس لحاظ سے رنگوں کی تعداد کو متواتر ایک دوسرے پر گزار کر شوبوں سے تدریجی رنگ حاصل کرنے کے طریقہ کو جو اوپر بیان کیا گیا ہے ترجیح دی جاتی ہے دوسرے ایک اور طریقہ پر جو سب ذیل ہے اور کبھی کبھی متعل بھی ہوتا ہے۔ اس طریقہ میں پہلے کل سطح میں رنگ بھر دیا جاتا ہے اور پھر بتدریج ہر ایک شوب پر رنگ کے حصہ کو کم کرتے جاتے ہیں۔ مگر اس طریقہ میں نقص یہ ہے کہ ہر شوب کا خاکہ چھو نہیں جاتا اور لازماً اس میں ایک قسم کی سختی پائی جاتی ہے جو پہلے طریقہ میں کم ہو جاتی ہے۔ اگر کسی کٹے ہوئے سایہ کا خط اس طریقہ میں اتفاقاً پیدا ہو جائے تو ایک بلرک برش لے کر خط کے ہر ایک جانب رنگ پھیر کر اس کو نقطوں کے ذریعہ ٹھیک کر لو۔ مگر اس بات کا خیال رکھو کہ خود خط کو کسی حالت میں بھی برش سے چھونا تک نہیں چاہیے۔

رُخ رَف پر بھی اسی طرح سے عمل کیا جاتا ہے مگر رنگوں کی گہرائی بہت ہلکی ہوتی ہے۔

رُخ رَج متوسط رنگ کے یکساں پھیکے شوب سے بھر دیا جاتا ہے۔  
 فرض کرو کہ اسطوانہ کا نصف سطحی نقشہ (پلیٹ ۳۵ - شکل ۳۵) کشی مساوی حصوں میں تقسیم کیا جاتا ہے۔ ان منقسم شدہ حصوں کو اسطوانہ کی سطح پر پنسل کے ہلکے خطوط سے نشان کر لو اور اسطوانہ کے اُس کل حصہ پر جو سایہ میں ہے (ی ب کے اوپر) ایک ہلکے رنگ کو پھیلا کر سایہ بنانا شروع کرو۔ جب یہ خشک ہو جائے تو دوسری دفعہ پھر وہی رنگ پھیلا دو۔ اب (ی ب) جو سب سے زیادہ گہرے رنگ کا حصہ ہے احتیاط سے رنگ پھیلانا چاہیے۔ تیسری دفعہ اس حصہ پر اور اس کے ہر ایک پہلو میں پھر رنگ کو پھیلانا ہوگا۔ اسی طریقہ سے اس عمل کو جاری رکھو حتیٰ کہ (ب ب) پر رنگ پورا لگ جائے۔ تب (ب ب) پر رنگ لگاؤ۔ پھر ایک ہلکا رنگ (ب ب) پر اور آخر میں



ایک بہت ہی ہلکا رنگ (ب م) پر لگانا ہوگا۔ شکل میں ربع (ہ ب) پانچ حصوں میں تقسیم کیا گیا ہے۔ نقطہ ی کے ہر پہلو کے حصے (ہ ب) کے  $\frac{1}{5}$  کے مساوی اور دیگر تمام (ہ ب) کے  $\frac{1}{5}$  کے مساوی ہیں۔

بائیں ہاتھ کے فرخ میں بھی اسی طرح سے عمل کیا جائے۔ اس صورت میں (ل ا) سے شروع کرنا ہوگا اور پھر (ل م) پر عمل کرنا ہوگا۔ اسطوانہ کی پوری سطح پر سوائے اُس حصہ کے جو تیز روشنی میں ہے (یعنی د م کو ہلکے رنگ سے بتانا ہوگا) رنگ لگا کر اس عمل کو ختم کر دینا چاہیے۔

مخروط پر بھی اسی طرح کا عمل کرنا ہوگا۔ اس کے حصے (پلیٹ ۳۵ - شکل ۷) میں بتائے گئے ہیں۔

## ہلکے رنگوں سے تاریک حصے بتانا

اوپر بیان کیے ہوئے طریقہ سے اس طریقہ میں فائدہ یہ ہے کہ سایہ دار حصوں کا رنگ ہلکا ہونے سے ان میں زیادہ شوخی نہیں ہوتی اور مختلف رنگوں کی حد بندی بھی زیادہ محسوس نہیں ہوتی ہے۔ لیکن یہ طریقہ بہت مشکل ہے۔

فرض کرو کہ اس طریقہ سے مشقی سوال کے طور پر شکل ۷ میں دیے ہوئے منشور کے سایہ دار حصے بتانا منظور ہے۔

تاریک فرخ کے قریب ترین حصے پر ایک پتلی سی دھجی رنگ کی لگا دو اور اب تھوڑا سا پانی برش میں لے کر رنگ کے ساتھ ملا کر اُس دھجی کے ساتھ ایک اور ہلکے رنگ کی دھجی ملاو۔ پھر آخر میں ایک اور صاف برش کو پانی سے تر کر کے دوسری دھجی کے کنارے کو ہلکا کر لو۔ یہ کنارہ پہلے رنگ کی حد تصور کیا جاسکتا ہے۔

جب پہلا رنگ خشک ہو جائے، اُس پر دوسرے رنگ کو پھیلا دو۔

اس کا طریق عمل بھی وہی ہوگا جو اوپر بیان ہو چکا ہے اور یہ پہلے سے زیادہ پھیلا یا جائیگا۔ اسی عمل کو دہرانا چاہیے یہاں تک کہ کل فرخ پر رنگ لگ جائے۔



اسی طرح بائیں ہاتھ کے رُخ پر رنگ پھیلانا ہوگا گو اس صورت میں یہ رنگ بہت ہلکا ہوگا، کیونکہ اس پر نور کی شعاعیں تقریباً عموداً واقع ہوتی ہیں۔  
 اسطوانہ یا مخروط کو ہلکے رنگوں سے اسی اوپر بیان کیے ہوئے طریقہ سے رنگا جاسکتا ہے اور اس صورت میں وہی تقسیمی خطوط کھینچے جاسکتے ہیں جو یکساں رنگوں سے رنگ کرنے کی صورت میں استعمال کیے گئے تھے۔  
 کرہ کے سایہ دار حصص دکھانے سے آئندہ بحث کی جائیگی۔

### مشکل سوالات میں سایے اور تاریک حصص کھینچنا

اب تک دوسری چیزوں سے علیحدہ رکھی ہوئی اشیاء کے سایہ دار خطوط کھینچنے کے متعلق سادہ ترین اور ابتدائی اصول سے بحث کی گئی اور ان کے کھینچنے کے آسان ترین طریقے بتائے گئے۔ اب زیادہ مشکل شکلوں میں ان کے اطلاقی کی مثالیں دے کر یہ سمجھانے کی کوشش کی جائیگی کہ کہاں سایوں کو کم کر کے یا بڑھا کر دکھانا چاہیے۔ اس کے متعلق مزید قواعد بتائے جائیں گے اور عماراتی نقشوں کو سایہ دار بنانے میں چند ہدایات اور مشورے دیے جائیں گے۔

والسطح من کا کھردری بافت کا کاغذ بہ نسبت کسی اور کاغذ کے، رنگ کو قبول کرنے کے لیے زیادہ موزوں ہوتا ہے۔ اس کاغذ میں ڈبل ہاتھی چھاپ تقطیع کو ترجیح دینی چاہیے کیونکہ اس کی بافت اور یکسانیت میں ایک خاص بات ہوتی ہے۔ اس سے بڑی تقطیع کا کاغذ شاذ و نادر ہی استعمال ہوتا ہے اور کسی چھوٹے نقشے کے لیے بھی ڈبل ہاتھی چھاپ کاغذ کا ایک ٹکڑا استعمال کرنا چاہیے۔

کسی رنگین نقشہ کے لیے کاغذ کو تختہ پر گوند سے یا تناؤ چھکٹے کے ذریعہ تنا ہوا رکھنا چاہیے۔ رنگ لگانے سے پہلے کاغذ کے اس رُخ کو اپنی میں جھکڑے ہوئے اسٹنچ سے، اس کی سطح سے لوٹوں کو دور کرنے کے لیے دھو لینا



چاہتے۔ اس عمل سے وہ رنگ کو عمدہ طور پر قبول کرنے لگتا ہے۔ کاغذ کی پوری سطح کو مرطوب کرنا ہوگا تاکہ اس میں یکساں درجہ کا پھیلاؤ ہو۔ اسفنج سے اس کو آہستہ آہستہ چھونا چاہیے۔ رگڑنا ٹھیک نہیں۔ اس طرح عمل کرنے سے بالکل خشک ہونے پر کاغذ کی سطح صاف اور یکجہتی ہوگی اور ایسی صورت میں نہ صرف اس پر کام کرنا خوشگوار ہوتا ہے بلکہ رنگ کو قبول کرنے کے لیے وہ ممکن بہترین حالت میں بھی ہوتا ہے۔

جس پیمانہ سے نقشہ کھینچا جائیگا اس پر برشوں کا ناپ منحصر ہوگا۔ لمبے تیلے برشوں سے کام نہیں کرنا چاہیے۔ ایسے برش جو موٹی اور باریک نوکیں رکھتے ہوں زیادہ مناسب ہونگے کیونکہ ان میں رنگ کی زیادہ مقدار سماتی ہے اور یہ زیادہ قابو میں بھی رہتے ہیں۔

یکساں رنگ لگانے کے طریقہ میں، اگر سطح بڑی ہو تو، نقشہ کو کسی قدر مائل اور برش میں رنگ کی کافی مقدار رکھنی چاہیے تاکہ رنگ کا کنارہ، پوری سطح پر رنگ کے لگائے تک، مرطوب رہے۔ اگر چھوٹی سطح پر رنگ لگانے میں، برش میں رنگ کی زیادہ مقدار ہوگی تو کاغذ کی پوری سطح کا کھردرا اور ناہموار نظر آنا ناگزیر ہوگا۔ برش میں رنگ کی ایک متوسط مقدار لے کر اس کو کاغذ پر اچھی طرح اور جلدی سے پھیلا دینا ہی یکساں اور گنجان ریشوں کی سطح حاصل کرنے کا واحد طریقہ ہے۔

ایک قاعدہ کلیہ کی طرح اس امر کو ہمیشہ یاد رکھو کہ کسی رنگ، سایہ دار خط یا سایہ پر سے برش کو گزانا یا اس کو برش سے چھونا اس وقت تک ہرگز نہیں چاہیے جب تک کہ وہ بالکل خشک نہ ہو جائے۔ اور رنگ میں برش کو آگے پیچھے حرکت بھی نہیں دینی چاہیے۔

اس کتاب میں سیلوں کے متعلق جو مشقی سوالات دیے گئے ہیں۔ ان کے متعلق یہ کہہ دینا ضروری ہے کہ ایسی اشیاء پر جو منحنی خاکے رکھتی ہیں نور کی کچھ نہ کچھ مقدار منعکس ہو کر واقع ہوتی رہتی ہے۔ یہ سچ ہے کہ تمام اجسام خواہ ان کی شکلیں کیسی ہی ہوں منعکس نور سے متاثر ضرور ہوتے ہیں مگر سوائے چند



مستثنیات کے صرف منحنی سطحوں پر یہ نور محسوس ہوتا ہے۔ نور کے حقیقی درجہ کی دریافت اور اس کو صحیح طور پر دکھانا نہایت اہمیت رکھتا ہے۔

تمام اجسام جو روشنی میں ہوں اپنے قریب کے اجسام پر خود کے حاصل کردہ نور میں سے کچھ نہ کچھ شعاعوں کو ضرور منعکس کرتے ہیں۔ مثلاً ایک بالکل علیحدہ ٹکڑی ہوئی شے کے سایہ دار حصے کو یا تو اس زمین کی سطح سے شعاعیں منعکس ہو کر منور کرتی ہیں جس پر کہ وہ شے رکھی ہوئی ہوتی ہے یا ہوا کے ذریعہ جو اس کو چھری ہوئی ہوتی ہے شے کا سایہ دار حصہ منور ہوتا ہے۔

کسی شے کے رنگ کی چلا یا چمک کی مناسبت سے نور کی مقدار منعکس ہو کر اس کے اطراف کے اجسام کو منور کرتی ہے اور خود دوسرے اجسام کے منعکس شدہ نور سے تنویر حاصل کرتی ہے۔ ایک چلا دار اسطوانہ یا سفید چینی کا گلدان کسی کھر دی ڈھلی ہوئی شے کیلئے پتھر کے برتن کی بہ نسبت زیادہ مقدار میں انعکاس سے نور حاصل بھی کرتے ہیں اور بھیجتے بھی ہیں۔

سایہ کو خواہ کتنا ہی خفیف کیوں نہ ہو کسی حالت میں بھی ایک

صاف مستدیر جسم کے خاکہ تک پھیلا کر نہیں پیتا نہ چاہیے۔ مثلاً کسی چلا دار کرہ کے محیط تک سایہ کو ملانے کے قبل، سایہ کو ہلکا کر دینا چاہیے، اور جب سایہ پورا کھینچ لیا جائے تو مقامی رنگ میں سے جو کوئی رنگ مطلوب ہو اس کو خاکہ تک پھیلا دینا چاہیے۔ اس عمل سے کرہ کا وہ حصہ شفاف ہو جائیگا جو منعکس شدہ نور سے متاثر ہوتا ہے۔ کھر درے مستدیر اجسام کے خاکوں تک بھی بہت کم سائے کو پہنچانا چاہیے ورنہ رنگ بھدا اور بدناما معلوم ہو جائیگا۔ جوں جوں سائے، اُن اجسام سے جن سے وہ بنتے ہیں دور ہوتے جائیں تو ان کی گہرائی بھی گھٹتی جاتی ہے اس کی وجہ یہ ہے کہ ارد گرد کے اجسام سے منعکس شدہ نور کی زیادہ مقدار ان پر واقع ہونے لگتی ہے۔

ہوا کی وجہ سے بھی سیالوں کی حدت جیسے جیسے وہ مشاہد سے دور ہوتے جاتے ہیں بدلتی جاتی ہے۔ ان کا فاصلہ مشاہد سے قریب ہو تو وہ زیادہ گہرے نظر آتے ہیں۔ قدرتی مناظر میں حدت کا یہ فرق بہت زیادہ فاصلوں پر



محسوس ہوتا ہے بڑی بڑی عمارتوں میں بھی سیاروں کی گہرائی کا فرق، بشکل نظر آتا ہے۔ مگر عماراتی کاموں کو ٹھیک طریقہ سے سطحی نقشہ اور رُو کاروں میں دکھانے کے لیے یہ امر نہایت اہم ہے کہ مشاہد سے کسی شے کے ہر ایک کے حصے کا فاصلہ فوراً آنکھ کو محسوس ہونے لگے لہذا ایک قراردادہ مبالغہ سے کام لیا جاتا ہے۔ نزدیک ترین اور واضح ترین حصوں کے سائے بہت گہرے بنائے جاتے ہیں تاکہ دور کے حصوں میں حدت کے تغیرات کا مناسب لحاظ رکھا جائے۔ تاریک حصص پر اس ہدایت کا اطلاق ہوتا ہے۔ مثلاً کسی ایسے اسطوانہ پر کی تاریکی جو مشاہد کے قریب رکھا ہوا ہو دور رکھے ہوئے کسی اسطوانہ کی تاریکی کی نسبت زیادہ گہری ہوتی چاہیے۔ عام طور پر یہ قاعدہ مسلم ہے کہ کسی شے کے ایسے حصے جس پر وہ شے بھی ہوئی ہو جوں جوں آنکھ سے اُور ہوتے جائیں اُن کا رنگ (خواہ یہ کسی شے کو تعبیر کرے) بتدریج ہلکا ہونا چاہیے۔

پلیٹ ۳۵ میں کل تاریک شدہ حصص کی چند مثالیں بتائی گئی ہیں۔ ذیل میں ان میں سے ہر ایک شکل کے متعلق جو تنقید کی گئی ہے وہ اس قسم کی تمام شکلوں پر صادق آتی ہے۔

شکل بتائے ایک مقعر سطح پر تاریکی اور سایہ کی جو پیمید گیاں رُو نما ہوتی ہیں اُن کو بتایا گیا ہے۔ یہ امر قابل غور ہے کہ کسی مقعر سطح پر سایہ خاکہ کی طرف تو تاریک ترین ہوتا ہے مگر شے کے حدود کے قریب پہنچتے پہنچتے ہلکا ہوتا جاتا ہے۔ سطح کے جس حصہ پر نور واقع ہوتا ہے اس سے منعکس ہونے کے باعث سایہ کی گہرائی میں بتدریج کمی ہوتی جاتی ہے۔ منعکس نور سے وہ حصہ سب سے زیادہ روشن ہوتا ہے جو سب سے زیادہ منور ہونے والے حصہ کے مقابل ہوتا ہے۔ مقعر سطحوں پر تیز یا انتہائی نور کی شعاعوں کے نقشہ کو کھینچ کر نہیں چھوڑ دینا چاہیے ورنہ بادی النظر میں ان کی وجہ سے یہ تمیز کرنا مشکل ہو جاتا ہے کہ جن اشیاء کو تعبیر کیا گیا ہے وہ مقعر ہیں یا محدب۔ مقامی رنگ لگانے کے بعد پورے مقعر پر ایک ہلکا سا خوب پھیلا دیا جائے جو بہت ہی آہستہ لگانا چاہیے اس سے نور کی حدت میں ترمیم اور کمی ہوتی ہے اور



رنگ میں شوخی بھی نہیں باقی رہتی -

تتویر کے لحاظ سے ایک کمرہ کا سب سے ہلکا حصہ ایک نقطہ ہوتا ہے جس کے اطراف تاریک حصہ شروع ہوتا ہے (شکل ۷۰)۔ اس نقطہ سے فاصلہ جتنا زیادہ ہوتا جاتا ہے اُس کی تاریکی میں بھی اضافہ ہوتا جاتا ہے۔ شکل میں یہ نقطہ اس وجہ سے نہیں دکھایا گیا ہے کہ کمرہ کے تاریک رنگ کو اس کی سطح کے اس سے زیادہ بڑے حصہ پر جتنا کہ یہاں دکھایا گیا ہے نہیں پھیلا دیا جائے۔ نور کے نقطہ کے قریب تاریکی میں نہایت نازک اور غیر محسوس طریقہ سے اضافہ ہونے کے لیے کمرہ کے مقامی رنگ سے مدد لینا چاہیے۔ یہی عمل جملہ مجلہ اور ہلکے رنگ کی منحنی سطحوں کے لیے بھی کیا جاسکتا ہے نیز روشنی کے حدود سے قریب کے حصوں پر ایسے مقامی رنگ کا شوب دینا چاہیے جو ہموار سطحوں کے رنگ سے کسی قدر ہلکا ہو۔ منحنی غیر مجلہ سطحوں پر مقامی رنگ کو جتنا بھی وہ سطح کے سب سے منور حصہ سے دور ہوتا جائے بتدریج گہرا کرنا چاہیے۔ کسی کمرہ کو تاویک بتانے میں بہترین طریقہ یہ ہے کہ دو یا تین ہلکے رنگوں کو ایسی ہلال نما شکلوں میں لگانا چاہیے جو نقطہ نور کی طرف مستقیم ہوں۔ ان میں سے ایک کو دوسرے پر لگانا اور پہلے کو اعظم ترین تاریکی کے حصہ پر پھیلا دینا چاہیے۔

دیکھو شکل ۷۱ اور ۷۲۔ ان میں ایک مخروط کے کسی کمرہ یا اسطوانہ پر بننے والے سیاہوں کی خاصیتوں کو دکھایا گیا ہے۔ ان سیاہوں کی حقیقی شکلیں علم ہندسہ کے معمولی طریقوں سے دریافت کی جاسکتی ہیں۔ یہ صرف ایسے منحنی ہیں جن میں وہ عامی ستوی جو سایہ اور نور کے حصوں کو علیحدہ کرنے والے خط کو قائم کرنے کے لیے استعمال کئے جاتے ہیں دیکھو مسئلہ عملی مسئلہ ۱۱ اُس شے کو قطع کرتے ہیں جس پر کہ سایہ پڑتا ہوا فرض کیا جاتا ہے۔ ان شکلوں میں یہ کلیہ کہ کسی شے کے سایہ کی گہرائی نور کے اُس درجہ کے متناسب ہوتی ہے جو شے کی سطح پر واقع ہوتا ہے بہت اچھی طرح ثابت کیا گیا ہے۔ شکل ۷۱ میں سطحی نقشہ کو دیکھنے سے واضح ہوگا کہ مخروط



کے راس کا سایہ کرہ کے روشن ترین نقطہ پر پڑتا ہے لہذا یہ سایہ کا تاریک ترین حصہ ہے۔ اسی طرح اسطوانہ پر مخروط کے سایہ کا تاریک ترین حصہ سطحی نقشہ میں (دیکھو شکل ۱۷) وہ ہے جہاں کہ وہ انتہائی نور کے خط سے ملتا ہے۔ ہموار سطحوں پر یہی ایسی قسم کا اثر ہوتا ہے۔ ان پر پڑنے والے سائے اتنے ہی کم تاریک بناتے ہیں جتنا کہ تظلیلی مستوی کے ساتھ ان کا میلان بڑھتا ہے۔ اس کے برخلاف ایک ہموار سطح پر مقامی رنگ اتنا ہی زیادہ تاریک بنایا جاتا ہے جتنا کہ اس مستوی کے ساتھ سطح کا میلان زیادہ ہوتا جاتا ہے۔ ان شکلوں سے یہ بھی معلوم ہوتا ہے کہ سائے اور نیز تاریک حصے، منعکس شدہ نور سے متاثر ہوتے ہیں۔ مخروط کا سایہ جہاں اسطوانہ پر پڑتا ہے وہاں یہ امر اچھی طرح محسوس ہوتا ہے۔

طالب علم کو چاہیے کہ سیپا (Sepia) یا ہندی روشنائی سے اس پلیٹ کی شکلوں کو بہ احتیاط نقل کرے۔

### تاریک حصوں کے خطوط (سایہ خطوط)

ان خطوط کو جب صحیح طور پر کھینچا جاتا ہے تو کسی شے پر ایک نظر ڈال کر یہ معلوم کیا جاسکتا ہے کہ اس کے حصص کے خاکہ کی شکل کیسی ہے۔

کسی نقشہ میں سایہ خطوط کھینچنے میں حسب ذیل قواعد کی پابندی پوری طرح کرنی ہوگی :-

سایہ خطوط دو سطحوں کے تقاطع کو تعبیر کرتے ہیں جن میں سے ایک تو منور ہوتی ہے اور دوسری تاریک اور یہ غیر مرئی ہوتی ہے۔ لہذا خاکہ خطوط کو ایسی دو سطحوں کے ملنے کے مقام پر مرکوز نہیں کھینچنا چاہیے جو (یعنی دونوں سطحوں) خط تقاطع تک نظر آتے ہوں۔ اگر مرئی سطح کا خاکہ منعنی ہو تو سایہ خطوط ان نقطوں سے شروع ہونگے جہاں کہ شعاع کا ظل اس خاکہ کو



چھوٹا ہے اور اس کی پوری گہرائی کو ان نقطوں سے شروع کر کے بتدریج چھل کر بچا جائیگا۔  
 سایہ خطوط ہم ارتفاعی خط یا مٹھنی سطح کے خاکہ کو تعبیر کرنے کے لیے ہرگز نہ کھینچے  
 جائیں۔ مثلاً ایک انتصابی منتظم اسطوانہ کاروکار، ایک مستطیل ہوگا۔ اس  
 روکار میں سایہ خط وہ خط ہوگا جو اسطوانہ کے قاعدہ کو تعبیر کریگا۔ لیکن ایک  
 انتصابی مربع منشور (جس کا ایک رخ ۲-ہر کے متوازی ہو) کاروکار بھی  
 کو ایک مستطیل ہوگا مگر اس کا ایک ضلع اور نیز قاعدہ سایہ خط سے تعبیر کیا جائیگا۔  
 سایہ خطوط کھینچنے میں یہ فرض کیا جاتا ہے کہ نور کی شعاعیں آئس  
 قرار دادہ سمت سے آتی ہیں جس کی تشریح اس باب میں کی گئی ہے۔ مثلاً  
 کسی شے کے سطحی نقشہ اور روکار کے سایہ خطوط کھینچنا ہو تو سطحی نقشہ کے لیے شعاعیں  
 کاغذ کے بائیں ہاتھ کے نیچے کونا سے اور روکار میں کاغذ کے بائیں ہاتھ کی جانب  
 کے اوپر والے کونے سے آئینگی اور ہر دو حالتوں میں کاغذ کے کناروں سے  
 ۴۵° کا زاویہ بنائینگی۔ دیگر روکاروں کے لیے شعاعوں کی سمتیں وہ ہونگی جو  
 مشاہدہ اگر علی الترتیب ان مستویوں کی جانب جن پر روکار بنانا ہو رخ  
 کرے تو اس پر ظاہر ہوگی۔

کسی ایسے نقشہ پر سایہ خطوط ہرگز نہیں بنانے چاہئیں جس پر کہ سائوں  
 یا ان کے تاریک حصے کو بتانا مقصود ہوتا ہے ہمیشہ سایہ خطوط کو اس طرح کھینچو  
 کہ ان کی موٹائی شے کے خاکہ کے باہر ہو۔ تراشوں کے سایہ خطوط بنائیں  
 مذکورہ بالا قاعدوں کی پیروی لازمی ہے۔ شعاع کی سمت کسی خاص تراش میں  
 قطع مستوی کے مقام پر منحصر ہوتی ہے۔  
 پلیٹ ۳۶۔ شکل ۱ میں سایہ خطوط کی مثالیں سمجھائی گئی ہیں۔

## مشقی سوالات

- (۱) ایک نقطہ ۱ انتصابی مستوی د ع۔ (۲) سے ایچ اور افقی مستوی
- (۲) سے ایچ کے فاصلہ پر ہے۔ نظیلی مستویوں پر اس کا سایہ دریافت کرو۔



(۲) ایک پتلا بتر  $\frac{1}{4}$  انچ ضلع کے خمس کی شکل کا بنایا گیا ہے۔ یہ ایک ایسے مستوی میں ہے جو ۱۔ مر کے علی القوائم ہے اور اس کا کنارہ اس مستوی پر ٹکا ہوا ہے اور انتہائی مستوی (ع۔ مر) سے نصف انچ کے فاصلہ پر ہے۔ تظیلی مستویوں پر اس کا سایہ دریافت کرو۔

(۳) ایک انچ قطر کا ایک مذکور قرص ایسے ایک مستوی میں واقع ہے جو ۱۔ مر کے متوازی اور اس سے نصف انچ کے فاصلہ پر واقع ہے۔ قرص کا مرکز ع۔ مر سے ایک انچ کے فاصلہ پر ہے۔ تظیلی مستویوں پر اس کا سایہ دریافت کرو۔

(۴) ایک مستطیلی منشور ( $2 \times 1 \times \frac{1}{4}$ ) کے دو متصل رخ تظیلی مستویوں کے متوازی ہیں۔ اور ع۔ مر سے  $\frac{1}{4}$  انچ اور ۱۔ مر سے انچ کے فاصلہ پر ہے۔ تظیلی مستویوں پر اس کا سایہ دریافت کرو۔

(۵) ایک آستوانہ (قاعدہ کا قطر  $\frac{1}{4}$  انچ اور بلندی ۲ انچ) کا قاعدہ ۱۔ مر کے متوازی اور اس سے نصف انچ کے فاصلہ پر ہے۔ اس کا محور ع۔ مر سے  $\frac{1}{4}$  انچ کے فاصلہ پر ہے۔ تظیلی مستویوں پر اس کا سایہ دریافت کرو۔

(۶) ایک نیم دائری شکل کے طاق کا نصف قطر ۲ فٹ اور گنبد کی جست (Springing) تک بلندی ۴ فٹ ہے۔ طاق کے اندر کے سایہ کو دریافت کرو۔ پیمانہ  $\frac{1}{4}$ ۔

(۷) ایک مستطیلی منشور ( $2 \times 1 \times \frac{1}{4}$ ) ۱۔ مر پر ٹکا ہوا ہے اس کا ایک بڑا رخ ع۔ مر سے ۴۵° کا زاویہ بناتا ہے اور اس کا ایک کوناع۔ مر کو چھوتا ہے۔ ایک مخروط (قاعدہ کا نصف قطر انچ اور بلندی ۲ انچ) کا قاعدہ ۱۔ مر پر واقع ہے۔ قاعدہ کا مرکز ع۔ مر سے ۲ انچ کے فاصلہ پر اور منشور کے قریب ترین نقطہ سے  $\frac{1}{4}$  انچ کے فاصلہ پر ہے۔ مخروط کے سایہ کو جو منشور پر پڑتا ہے دریافت کرو۔

(۸) ایک مستطیلی ستون (مذکور کا ضلع افٹ) کے گرد ایک



اسطوان نما ٹوپی بنی ہوئی ہے جس کا قطر ۴ فٹ اور موٹائی ۱ فٹ ہے۔ ستون پر اس کے سایہ کو دریافت کرو (پیمانہ  $\frac{1}{16}$ )۔

(۹) ایک اسطوان نما ستون (قطر  $\frac{1}{4}$  فٹ) کے گرد ایک مربع ٹوپی ( $2 \times 2 \times 1$ ) بنی ہوئی ہے۔ ستون پر اس کے سایہ کو دریافت کرو۔ (پیمانہ  $\frac{1}{16}$ )۔

(۱۰) ایک مخروط کا محور (قاعدہ کا قطر ۲ انچ، بلندی ۳ انچ) ۱- مر سے ۴۰ کا زاویہ بناتا ہے اور اس کا سطحی نقشہ ع۔ مر سے ۹۰ مائل ہے۔ اس کا روشن ترین خط اور نیز منور اور تاریک حصوں کو جدا کرنے والے خطوط دریافت کرو۔

(۱۱) ایک انتصابی کٹا ہوا مخروط (قاعدہ کا قطر  $\frac{1}{4}$  انچ، بلندی ۲ انچ اور تراش کی بلندی ۲ انچ) جس کا مستوی، قاعدہ کے متوازی ہے، ۱- مر میں ظہر ہو اسے اور اس کا محور ع۔ مر سے ۱ انچ کے فاصلہ پر ہے۔ تظلیلی مستویوں پر اس کا سایہ اور اس مجسمہ کا سایہ دار حصہ دریافت کرو۔

(۱۲) ایک قائم مخروط (قاعدہ کا قطر ۱ انچ، بلندی ۲ انچ) کا محور افقی اور ع۔ مر سے ۳۰ مائل ہے۔ ۱- مر پر اس کا سایہ دریافت کرو۔

(۱۳) ایک قائم مخروط (قاعدہ کا قطر ۲ انچ، بلندی ۳ انچ) اور ایک کرہ جس کا قطر  $\frac{1}{4}$  انچ ہے ۱- مر پر رکھے ہوئے ہیں۔ مخروط کا محور  $\frac{1}{4}$  انچ کا ہے اور کرہ کا مرکز ع۔ مر سے  $\frac{1}{4}$  انچ کے فاصلہ پر واقع ہے۔ مخروط کا سایہ، کرہ پر، اور نیز دونوں مجسموں کے تظلیلی مستویوں پر سایہ دار حصے دریافت کرو۔

(۱۴) ایک اُٹا رکھے ہوئے قائم مخمسی مینار یا ہرم (بلندی ۳ انچ، قاعدہ کا ضلع  $\frac{1}{4}$  انچ) کا اس ۱- مر میں واقع ہے۔ قاعدہ کا ایک کنارہ ع۔ مر میں اور محور انتصابی ہے۔ اس کا سایہ تظلیلی مستویوں پر، اور مجسمہ کا سایہ دار حصہ دریافت کرو۔

(۱۵) ایک ہشت سطحی مجسمہ (کنارہ ۲ انچ) کا ایک رخ ۱- مر کے متوازی اور اس کے ۱ انچ اوپر ہے۔ اس رخ کا مرکز ع۔ مر سے ۲ انچ فاصلہ پر ہے اور اس کا ایک کنارہ ع۔ مر سے ۳۰ کا زاویہ بناتا ہے۔



تظلیلی مستویوں پر اس کا سایہ اور مجسمہ کا سایہ دار حصہ دریافت کرو۔  
 (۱۶) ایک کھوکھلا کٹا ہوا قائم مخروط (قاعدہ کا قطر ۳ انچ، بلندی ۳ انچ)  
 اس طرح اُٹا رکھا ہوا ہے کہ اس کا محور انتصابی ہے۔ اس کا تراشی مستوی  
 ۱۔ مرکز متوازی اور اس سے ۳/۴ انچ کے فاصلہ پر ہے۔ اس کی اندرونی  
 سطح پر واقع ہونے والے سایہ کو دریافت کرو۔  
 (۱۷) ایک مربع گھائی والا بیچ (قطر ۳ انچ، گھائی ۱ انچ) ۱۔ مرکز  
 انتصاباً کھڑا ہوا ہے۔ اس کے رُوکار کے سایہ دار حصہ کو دریافت کرو۔



# سولہواں باب

## منظرہ تطلیل

### PERSPECTIVE PROJECTION

پانچویں باب میں ہم نے یہ ثابت کیا ہے کہ اگر اجسام کو کاغذ پر ٹھیک اسی طرح کھینچا جائے جس طرح کہ آنکھ اُن کو دیکھتی ہے تو انہیں دیکھنے کے باعث ان کے ناپ صحیح نہیں آئیں گے۔

اس آئٹھنے (Distortion) کی وجہ یہ ہے کہ قدرتی طور پر کسی جسم کے ہر نقطہ سے نور کی شعاعیں آنکھ کی طرف مستقیم (Converge) ہوتی ہیں۔ ہندسی نقشہ کشی کے اغراض کے لیے قائم تطلیل (Orthographic projection) کے استعمال سے یہ شکل ایک حد تک رفع ہوتی ہے اور اس میں یہ فرض کیا جاتا ہے کہ آنکھ لامتناہی فاصلہ پر ہے اور تمام مستقیم شعاعیں اس طرح متوازی ہو جاتی ہیں۔

مگر مصوری کے نقطہ نظر سے اکثر یہ مناسب ہی نہیں بلکہ ضروری ہوتا ہے کہ جب تطلیل سے صحیح ناپ درکار نہیں ہوتے تو انسانی آنکھ جس طرح کسی شے کو دیکھتی ہو اسی طرح اُس کا ایک منظر بھی کھینچا جائے۔ یہ منظر "منظرہ تطلیل" سے حاصل ہوتا ہے اور بعض دفعہ اس کو صرف "منظرہ" سے تعبیر کیا جاتا ہے۔ کسی منظرہ تطلیل



سے بشرطیکہ وہ صحیح طور پر پہنچی گئی ہو حسابی عمل سے ناپ حاصل کیے جاسکتے ہیں اس کا ذکر آگے آئیگا۔

فرض کرو کہ ایک درجہ کی شیشے کی تختی میں سے ہم کسی شے مثلاً کسی کعبہ شکل یا عمارت وغیرہ کو جو تختی کے دوسرے رخ پر واقع ہے دیکھتے ہیں اور یہ تصور کرتے ہیں کہ شے مذکور کے ہر نقطے سے آنکھ میں جو نور کی شعاعیں گزرتی ہیں ان میں شیشے کی تختی حایل ہے۔ اس طرح شیشے کی تختی پر نور کے تقاطع کے نقطوں کو ملانے سے جو خطوط حاصل ہونگے اور ان خطوط سے جو شکل حاصل ہوگی وہ شے زیر بحث کا "منظرہ" نقشہ ہوگا۔

علماء درجہ کے شیشے کو ہم کاغذ تصور کرتے ہیں جس پر شے کا منظرہ نقشہ کھینچا جائے۔ یہ ظاہر ہے کہ آنکھ مستوی اور شے یا شخص کا ایک دوسرے کے لحاظ سے خاص مقامات پر ہونا ضروری ہے۔ یعنی جب کہ شیشے کی تختی پر شخص (Object) کا خاکہ کھینچا جا رہا ہو نہ تو آنکھ اپنے مقام سے ہٹائی جاسکتی ہے اور نہ مستوی یا شخص، ورنہ نقشہ میں گڑبڑ ہو جائیگی۔

اس کا ثبوت اس طرح دیا جاسکتا ہے :- شیشے کی تختی کے مساوی ناپ کا ایک کاغذ لے کر انتصاباً اپنے سامنے اس طرح رکھ لو کہ جس منظر کو تم کھینچنا چاہتے ہو وہ اس میں سے نظر آ سکے۔ اب جو نقشہ تم کھینچو گے وہ ایسا ہوگا کہ گویا شیشے کی تختی پر بنایا گیا ہے۔ اب اگر تم اس تختی کو آنکھ سے دور ہٹاؤ گے تو نقشہ میں جو چیزیں نظر آئیں گی ان کی تعداد تو کم ہو جائیگی مگر بڑی نظر آئیں گی۔ برخلاف اس کے تختی کو آنکھ سے قریب لانے پر چیزیں زیادہ تعداد میں نظر آئیں گی مگر پہلے کی بہ نسبت چھوٹی ہوں گی۔

یہ بھی ظاہر ہے کہ نقشہ کھینچنے کے دوران میں صرف ایک آنکھ استعمال کرنا مناسب ہوگا ورنہ دونوں آنکھوں سے دیکھنے سے ہر آنکھ اپنا خاص منظر دیکھتی ہے اور یہ دونوں مناظر تا وقتیکہ شخص (Object) بہت دور واقع ہو ایک دوسرے سے مل کر گڑبڑ پیدا کریں گے۔ حقیقت میں آنکھ کو ایک نقطہ تصور کرنا ہوگا۔ ان سب امور سے یہ ظاہر ہے کہ جب تک آنکھ شیشے



کی تختی یا تصویری مستوی (Picture plane) اور شخص کے اضافی مقام نہ معلوم ہوں، کسی شخص کا منظرہ نقشہ حاصل نہیں کیا جاسکتا۔  
مطلوبہ تفصیل حاصل کرنے کے مختلف طریقے ہیں۔ اور تجربہ ہی سے طالب علم کو یہ معلوم ہوگا کہ ان میں سے آسان اور کم وقت لینے والا طریقہ کونسا ہے۔ آرام کرسی پر بیٹھے رہنے سے یہ تجربہ حاصل نہیں ہو سکتا اور طالب علم کو آگاہ کیا جاتا ہے کہ اُس کو پنسل اور کاغذ لے کر بیٹھنے کے لیے تیار رہنا چاہیے اور جس طرح آگے بتایا جائیگا اُس کے مطابق نقشہ کھینچنا ہوگا ظاہر ہے کہ یہ نقشہ متحد خطوط کے ہونے کی وجہ سے بڑا پریشان کن ہوگا۔ نقشہ کی صحت پر صحیح تصویر کھینچنے کا دار و مدار ہے۔ لہذا نقطوں کے مقامات صحیح طور پر قائم کرنے اور ان میں سے خطوط عمل کے باریک کھینچنے میں جتنی بھی احتیاط کی جائے کم ہے۔ جیسا کہ اوپر بیان ہو چکا ہے مطلوبہ منظرہ نقشہ حاصل کرنے کے مختلف طریقے ہیں :-

- (۱) قائم تفصیل سے منظرہ نقشہ
- (۲) پیمائش سے منظرہ نقشہ
- (۳) اوچل نقطوں سے منظرہ نقشہ
- (۴) پیمائشی نقطوں سے منظرہ نقشہ
- (۵) مقامی پیمائش سے منظرہ نقشہ

علامہ علامہ ہر طریقہ کے عام اصول پہلے سمجھائے جائیگے۔ جب طالب علم ان کو اچھی طرح سمجھ لے تو اب وہ ہر صورت میں اپنے ذاتی تجربہ کی بناء پر اس نتیجہ پر پہنچ سکتا ہے کہ ان میں سے کونسا آسان ترین ہے۔

### قائم تفصیل سے منظرہ نقشہ کھینچنا

منظرہ نقشہ کھینچنے کا پورا عمل حقیقت میں متعدد مستحق خطوط کے تقاطع ایک مستوی کے ساتھ دریافت کرنا ہے۔ جموں قائم تفصیل سے یہ عمل کیا جاسکتا ہے مگر اکثر اوقات بہت طویل ہو جاتا ہے اور سہولت اس میں



اُس وقت ہوتی ہے جب کہ کسی ہندسی شکل کا اس کے دیے ہوئے اظہال سے منظرہ نقشہ کھینچنا مطلوب ہوتا ہے۔ مثال کے طور پر ہم ایک سوال یہاں حل کرتے ہیں اور اس کے بعد دیگر سہل ترین طریقوں سے بحث کریں گے۔ پلیٹ (۲۰) شکل ۵ اور ۵ میں دی ہوئی شکل ہم یہاں یہ بتانے کے لیے لینگے کہ کسی چیز کے منظرہ اور ہم پیمائشی نقشوں میں کیا فرق ہوتا ہے۔ صفحہ (۳۳۶) پر جس طرح بتایا گیا ہے آئنگہ تصویریں مستوی اور شخص یا شے کے اضافی مقاموں کا دیا جانا ضروری ہے۔

مسئلہ عملی ۲۵۸۔ ایک محسی مخروط مضلع (قاعدہ کا کنارہ ۱، انچ، بلندی ۲ انچ) کی منظرہ تظلیل کھینچنا۔ مشاہد کی آئنگہ مخروط مضلع کے قاعدہ کے مستوی سے ۱ انچ اوپر اور جس مستوی پر تصویر کھینچی جائیگی اُس سے ۲ انچ کے فاصلہ پر ہے اور مخروط مضلع کے قاعدہ کا قریب ترین کونا اس مستوی کو چھوتا ہے (پلیٹ ۳۶ شکل ۲)۔

فرض کرو کہ تصویریں مستوی جو انتصابی سے افقی مستوی کو جس پر مخروط مضلع کا قاعدہ واقع ہے خط منہ خ میں قطع کرتا ہے۔ اس صورت میں مخروط مضلع کا ایک کونا منہ خ میں واقع ہے۔ مخروط مضلع اوج دت کا سطحی نقشہ کھینچو اور اس کا ایک کونا د، منہ خ میں کھو۔ فرض کرو کہ ی مشاہد کی آئنگہ ہے جو منہ خ سے ۲ انچ کے فاصلہ پر واقع ہے۔ چونکہ مخروط مضلع کے لحاظ سے ی کے ٹھیک مقام کے کوئی شرائط نہیں دیے گئے ہیں ہم اس کو مخروط مضلع کے مرکز کے تقریباً مقابل لے سکتے ہیں۔ مگر یہاں ہم کو اس بات کا دیکھنا ضروری ہے کہ "ی" دائیں یا بائیں جانب ہٹایا جائے تو مخروط مضلع کا منظرہ نقشہ بدل جائیگا۔ ی تک مخروط مضلع کے ہر کونے میں سے خطوط کھینچو یہ نور کی شعاعوں کو قبیر کریں گے اور فرض کرو کہ تصویریں مستوی



کے سطحی نقشہ سرخ کو یہ ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶ نقطوں پر قطع کرتے ہیں۔ یہ نقطہ مطلوبہ منظر ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶ کے سطحی نقشے ہیں اور زمینی مستوی سے ان کی بلندی دریافت کرنا باقی رہ جاتا ہے۔ مخروط مضلع اور نقطہ ی کا رُوکار ایک لایا خط پر جو سرخ کے علی القوائم ہو حاصل کرو اور یہی ایک ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶ سے شعاعوں کے رُوکار حاصل کرو۔ نقاط ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶ وغیرہ سے جن میں کہ یہ رُوکار سرخ کو قطع کرتے ہیں مطلوبہ منظر ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶ کی بلندیاں حاصل ہو جاتی ہیں۔

زیادہ بچیدگی سے بچنے کے لیے ہم منظرہ کو سرخ پر تصویر کی ایک طرف بنائیں گے۔ نقاط ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶ کو کاغذ کے پُرزہ کے ذریعہ کسی موزوں مقام پر سرخ پر منتقل کرو۔ پھر ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶ کی انتصابی بلندیاں لایا کے اوپر ناپ لو۔ اب شکل ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶ حاصل ہوگی جو دیے ہوئے شرائط کے تحت مخروط مضلع کا منظرہ نقشہ ہوگا۔

”منظرہ“ میں مستعملہ اصطلاحات کی تعریفات

اختصار کی غرض سے بعض فنی اصطلاحات اور تعریفات پہلے یہاں

دلی جاتی ہیں :-

اس مضمون کو ممکن و فاحت سے سمجھانے کے لیے پلیٹ ۳۷ میں اُن طریقوں کا ایک عام منظر دکھایا گیا ہے جو ایسی صورتوں میں اختیار کیے جاتے ہیں اور اس پلیٹ میں مصوری کے نقطہ نظر سے ہر عمل کو صاف طور پر بتایا گیا ہے۔ پلیٹ ۳۷ خود ایک تصویر ہے۔ یعنی اگر ایک مصور کسی شے کی تصویر ہموار کاغذ پر کھینچے تو جس طرح وہ اس کو تعبیر کرے گا اُسی طرح اس پلیٹ میں بھی بتایا گیا ہے۔ یہ فرض کیا گیا ہے کہ ہم مصور کے بائیں جانب کھڑے ہوئے ہیں اور ہماری آنکھ بھی اتنی ہی بلند یا پر ہے جتنی کہ مصور کی۔ اس لیے مصور کی آنکھ کو ہم نقطہ ۱ سے اور شے کی کھینچی ہوئی تصویر کو ع ن و سے تعبیر کریں گے۔ مصور نے جس شے کی تصویر کھینچی ہے وہ ایک لمبا بکس ہے جس کی تصویر اُس نے ایک شیشے کی تختی پر جو اس کے اور بکس کے درمیان مائل ہے کھینچی ہے۔ مائل نقطہ دار خط (---)۔



سے ہم نے مصور کی شیشہ کی تختی یا (تصویری مستوی) کو تعبیر کیا ہے اور ان دُاس کی کھینچی ہوئی تصویر کی تصویر ہے جو ہم نے کھینچی ہے۔ دیگر موٹے نقطہ دار خطوط (.....) میں سے ایک افقی مستوی کو اور (.....) ایک زمینی مستوی کو تعبیر کرتے ہیں۔ یہ زمینی مستوی آگے تیل کر معلوم ہوگا کہ ایک بڑی اہم شے ہے۔ یہ دونوں مستوی حقیقت میں غیر محدود ہوتے ہیں مگر ان میں سے ہر ایک کے کچھ حصے جن کے عرض اخ اور نرخ ہیں خطوط سے گھیر کر بتائے گئے ہیں۔ ایسے تمام خطوط جن کو مصور ہوا میں کھینچے ہوئے تصور کرتا ہے یا جن کو تصویر اُتارنے میں تصویری مستوی پر استعمال کرتا ہے منظرہ حیثیت سے دکھائے گئے ہیں۔ پورا کاغذ ایک ایسی تصویر کا منظر ہے جس میں کئی اشیاء مثلاً کس، کس کی تصویر، اور مصور موجود ہیں لہذا اس پر کسی چیز کو ناپا نہیں جاسکتا۔ طالب علم سے توقع کی جاتی ہے کہ اس پلیٹ کو فور سے مطالعہ کرے اور اس کو تصویر میں یہ صاف نظر آنے لگے کہ اس میں متعدد اشیاء کا منظر بتایا گیا ہے۔ اس میں کس، شیشے کی تختی (جس پر مصور نے تصویر کھینچی ہے)، مصور کی آنکھ اور اس کا پردہ شبکیہ (Retina) اور ان کے درمیان کھینچے ہوئے تمام خطوط، وغیرہ، یہ سب حقیقی چیزوں کی تصویریں ہیں۔ نقشہ میں ان سب چیزوں کو برٹھا کر اس عرض سے دکھایا گیا ہے کہ مختلف خطوط واضح طور پر نظر آئیں۔ اس لیے ان کو صحیح کھینچنے کی زیادہ کوشش نہیں کی گئی ہے۔

آنکھ کے عقب میں پردہ شبکیہ پر کسی شے کے ہر نقطہ سے آنے والی نور کا شعاع سے خیال بننا ہے جیسا کہ پلیٹ ۳۴ میں برٹھا کر دکھایا گیا ہے۔ ہر نقطہ سے شعاعیں لازماً تمام سمتوں کو پھلتی ہیں مگر ہم کو صرف اُس شعاع سے فائدہ ہے جو نقطہ ی میں سے گزر کر پردہ شبکیہ پر اثر کرتی ہے۔ اس شعاع کو "نظری شعاع" سے تعبیر کیا جاتا ہے۔ شکل میں ای و شمس (Object) کے نقطہ ا سے آنے والی نظری شعاع ہے اور اُس کا خیال ہے جو پردہ شبکیہ پر پڑتا ہے۔ اور ہری م نقطہ م کے لیے ایک ہی ہے۔ اس سے اُم حاصل ہوتا ہے جو پردہ شبکیہ پر ا م کا خیال ہے۔ حقیقت میں یہ پردہ شبکیہ پر







تصویر کھینچی جانے یعنی تصویری مستوی میں اس کے صحیح مقام پر اس کو رکھا جائے۔

## تعریفات

نظری شعاعیں، — یہ وہ خطوط یا شعاعیں ہیں جو آنکھ کی طرف شخص کے ہر ایک نقطہ میں سے مستقیم ہوتی ہیں پلیٹ ۳۴ میں ان کو ای اور دی سے تعبیر کیا گیا ہے۔

تصویری مستوی — یہ وہ مستوی ہے جس کے متعلق یہ فرض کیا جاتا ہے کہ تمام نظری شعاعیں اسی کو قطع کرتی ہیں اور منظرہ خطوط اس پر کھینچے جاتے ہیں۔ سہولت کی غرض سے اس کو انعکاسی تصور کیا جاتا ہے۔ یہ ”تصویری مستوی“ ہے۔

مقامی نقطہ، — جس نقطہ تک نظری شعاعیں (فرض کیا جاتا ہے) کھینچی جاتی ہیں وہ مقامی نقطہ کہلاتا ہے، یا بالفاظ دیگر وہ نقطہ ہے جہاں کہ مشاہد کی آنکھ واقع ہوتی ہے۔ پلیٹ ۳۴ میں اس کو ی سے تعبیر کیا گیا ہے۔

خط نظر — چونکہ ایک ہی شخص کو مختلف نقطوں سے دیکھنے سے مختلف تصویریں حاصل ہونگی۔ اس لیے ظاہر ہے کہ ایک تصویر کے کھینچنے کے لیے ہم کو اُن شرائط کا دیا جانا ضروری ہے جن کے تحت شخص واضح طور پر ثابت (Fixed) نظر آسکے۔ اس غرض کے لیے خط نظر جو ایک افقی خط ہوتا ہے استعمال ہوتا ہے جو پلیٹ ۳۴ میں ی س ی س ف سے تعبیر کیا گیا ہے۔ یہ مصور کے سامنے بالکل سیدھ میں ہوتا ہے۔ مگر اس کے لیے ضروری نہیں ہے کہ تصویر کی مرکزی نظری شعاع کی طرح ہو جائے جو اس کے اوپر یا نیچے ہو سکتی ہے۔ اس سے معلوم ہوگا کہ خط نظر تمام تصویروں میں ایک ثابت خط ہے اور پیمائش کی غرض سے اس کا حوالہ دیا جاسکتا ہے۔

نقطہ نظر — پلیٹ ۳۴ میں نقطہ ہب جس میں کہ خط نظر تصویر پر مستوی کو قطع کرتا ہے، نقطہ نظر کہلاتا ہے۔

افقی مستوی — یہ ایسا مستوی ہے جس کے متعلق یہ فرض کیا جاتا ہے کہ



افقی خط نظری میں خط میں سے گزرتا ہے اور تصویر کی مستوی کو افقی خط اس میں قطع کرتا ہے جو افقی یا افقی خط کہلاتا ہے۔ اس طرحی اس خط افقی خط کی وغیرہ، یہ سب افقی مستوی کے نقطہ ہیں اور ہر نقطہ افقی خط کا نقطہ تصویر کی افقی اور افقی مستوی دونوں میں واقع ہوتا ہے۔

### زمینی مستوی

جس مستوی پر شخص واقع ہوتا ہے اُس کو افقی فرض کیا جاتا ہے اور یہ "زمینی مستوی" سے تعبیر کیا جاتا ہے۔

### زمینی خط

تصویری مستوی اور زمینی مستوی کا خط تقاطع، زمینی خط کہلاتا ہے اور پلیٹ ۳۷ میں اس کو تراخ سے تعبیر کیا گیا ہے۔

### مرکزی نظری شعاع

اگر طالب علم کسی شخص کا کوئی حصہ یا کسی خط کا وہ حصہ جو تصویر کی غرض سے اس کو اپنے مقام سے نظر آئے معین کر لے تو اس کے مرکزی نقطہ سے اُس کی آنکھ کو ملانے والا خط مرکزی شعاع نظر کہلاتا ہے اور اس کی آنکھ ۳۰ میں اس خط کے گرد مساوی طور پر دیکھ سیکے گی خط نظر (جو کہ افقی ہے) کے لیے یہ ضروری نہیں ہے کہ وہ مرکزی شعاع سے منطبق ہو جائے مگر ظاہر ہے کہ اس کا ٹھیک اوپر یا نیچے ہونا ضروری ہے۔ اکثر مناظر میں، افقی خط اس تصویر کے زیرین حصہ سے تقریباً تصویر کی بلندی کا ایک تہائی حصہ اوپر ہوتا ہے۔ مگر جب کسی اونچے مقام مثلاً پہاڑی وغیرہ سے نیچے کے میدانوں کے منظر حاصل کیے جائیں تو افقی خط تصویر کے ۶۰ کے اندر تک بھی نہیں آتا۔ لیکن تمام صورتوں میں نظر کا افقی خط ایک ثابت خط ہے جو تمام پیمائشوں کے لیے اساسی قرار دیا جاتا ہے۔

لے اس باب کے اخیر میں تفصیل سے اس کے متعلق بحث کی گئی ہے۔



## منظرہ تفصیل پیمائش سے

اب ہم کو تصویر کے ہر نقطہ کی پیمائش کے لیے آسان طریقہ پیش کر چکے ہیں۔ نقطہ ا کو لو (پلیٹ ۱۱۱۲۴) افقی مستوی تک سیدھا جاتا ہے یعنی کسی نقطہ کی صورت میں اس کی بلندی نیچے سے فاصلہ ناپ کر دریافت کی جاتی ہے اور نقطہ پ کی صورت میں افقی مستوی سے اوپر اس کا فاصلہ ناپ کر دریافت کی جاتی ہے۔ پ کی اس حالت میں اف سے جو خط نظر کرے ف کے علی القیام ہے پ کا مقام قاعدہ کے بازو معلوم ہو جاتا ہے اور ف ی یا ف ی ب کا فاصلہ آگے سے بتاتے ہیں۔ تمام ایسے نقطوں کی پیمائشات جو تصویری مستوی پر منظر میں واقع ہوں اسی طریقہ سے معلوم کی جاسکتی ہیں اور ان تینوں پیمائشوں میں سے ایک اگلی (دی ف یا ی ف) دوسری جانبی (اف یا ف ک) اور تیسری انتصابی (ا یا ک پ) کہلاتی ہیں۔ تمام اگلی پیمائشیں خط نظریہ اور جانبی پیمائشیں افقی مستوی پر داہنی یا بائیں جانب ہوتی ہیں۔ انتصابی پیمائشیں اوپر یا نیچے کی جاتی ہیں۔

ہم اس سے پہلے یہ بتا چکے ہیں کہ تصویر کی جسامت، تصویری مستوی کے مقام پر منحصر ہوتی ہے۔ یہ اگرچہ بہت سیدھی سادی بات ہے مگر اکثر دفعہ اس کے متعلق بڑی دقت محسوس ہوتی ہے۔ پلیٹ ۳۷ سے یہ صاف طور پر واضح ہوگا کہ اگر تصویری مستوی نقطہ ی اور انتصابی خط ا ہر کے درمیان واقع ہو تو تصویر ازم، امر کا نصف ہوگی اور اگر ہم کھنک کے کسی نقشہ کو کھینچ رہے ہوں تو نقشہ میں بھی ا ہر کا نصف ہوگی۔ اس طرح اگر تصویری مستوی ی سے ی ف کے چوتھائی فاصلہ پر ہو تو ا ہر کی تصویر بھی چوتھائی ہو جائیگی باقی کو اسی طرح قیاس کرلو۔ لہذا ایک ایسے منظر میں جس میں متعدد اشیاء موجود ہوں مقصود ہمیشہ اس امر کا تصفیہ پہلے کر لیتا ہے کہ کسی خاص شے کی اصلی جسامت کا کونسا حصہ اس کو کھینچنا ہوگا پھر اسی نسبت سے وہ اپنے تصویری ہونے کو لیتا ہے۔ اگر وہ حقیقی اشیاء کی تصویر کھینچ رہا ہے تو یہ ظاہر ہے کہ ان کو کافی



اُتارنے کے لیے اصلی جسامت سے بہت چھوٹے پیمانہ پر ان کو کھینچنا ہوگا اور اس صورت میں تصویری مستوی کا اُس کی آنکھ کے بہت قریب ہونا ضروری ہوگا۔ اور وہ تمام اشیاء جن کو وہ اپنے نقشہ میں دکھانا چاہتا ہے غالباً تصویری مستوی کے باہر ہوں گی۔ لیکن اکثر دفعہ جب کہ صحیح منظرہ نقشوں کو کھینچنے کی ضرورت ہوتی ہے یہ حقیقی اشیاء سے نہیں بنائے جاتے بلکہ ایسے نقشوں سے بنائے جاتے ہیں جن کو حقیقی جسامت سے بہت چھوٹا بنایا جاتا ہے اور تصویری مستوی کو کسی ایک شے کی تصویر کے ایک کونے میں گزرتے ہوئے دکھایا جاسکتا ہے اور اس صورت میں اس کونے کی تصویر کی جسامت نقشہ میں جسامت کے مساوی ہوگی۔ اور آنکھ اور تصویری مستوی کے درمیان تمام اشیاء، نقشہ کی (جس سے کہ تصویر کھینچی جاتی ہے) حقیقی جسامت سے بڑھ کر نظر آئیں گی۔ اس کی تفصیل آگے چل کر معلوم ہوگی مگر طالع علم کو یہ نہیں تصور کرنا چاہیے کہ کوئی شے مثلاً جس جو تصویری مستوی کے اس جانب ہو تصویر میں نہیں شامل کی جاسکتی۔ اس امر کو یاد رکھنا چاہیے کہ تصویری مستوی کے مقام کی قائم کرنا تصویر کے پیمانہ کو ترتیب دینے کا طریقہ ہے۔

منظر کے مقام میں تھوڑا سا بھی فرق یا منظر سے ای کے فاصلہ میں خفیف سی بھی تبدیلی یا ای سے خط نظر کی سمت کا بدل جانا، یہ ایسی باتیں ہیں کہ ان کی وجہ سے فوراً ایک نیا منظر پیدا ہوتا ہے اور ایک نئی تصویر پیش نظر ہو جاتی ہے۔ مگر ایک نقطہ ای اور خط نظر کی ایک سمت سے کسی ایک شخص یا منظر کی صرف ایک ہی تصویر ہو سکتی ہے۔

پلیٹ ۳۴ پر غور کرو۔ یہ آسانی اس میں یہ معلوم ہو سکتا ہے کہ ج سے جو ا ف کی تصویر ہے اُس کے متوازی ہے اور حقیقی جسامت ا ف سے وہی نسبت رکھتا ہے جو ی س، ی ف سے رکھتا ہے۔ اسی طرح ج د، ا کے متوازی ہے اور ج د : ا : ی ج : ی ا : ی س : ی ف : یہ بھی وہی پہلے ہی کی نسبت ہے۔ اور چونکہ ا ف اور ا ا تصویر کے متوازی کسی خط مستقیم کے لیے لکھا جاسکتا ہے لہذا منظرہ ذیل عام کلیہ حاصل ہوتا ہے۔



کلیہ (۱) — تصویرِ مستوی کے متوازی کسی خطِ مستقیم کی تصویرِ  
تصویری مستوی کے متوازی ہوتی ہے اور اپنے صحیح طول سے وہی نسبت رکھتی  
ہے جو کہ آنکھ سے تصویرِ مستوی کا فاصلہ، خط کے سامنے کی پیمائش کے  
ساتھ لکھتا ہے (یعنی مثلاً نقطہ ا کو لیا جائے تو ی س، ی ف کے ساتھ  
رکھتا ہے)۔

ایسے خطوط کہ لیے جو تصویرِ مستوی کے متوازی نہیں ہوتے (مثلاً  
ا ب) چونکہ اس کا ہر ایک چھوٹا حصہ تصویرِ مستوی سے مختلف فاصلے پر  
ہوتا ہے اس لیے اس کے فاصلہ کے مطابق اس کا چھوٹا ہونا بھی بدلیگا مثلاً  
دور کے نصف کی تصویر، نزدیک کے نصف کی تصویر سے چھوٹی ہوگی اس لیے  
اس چھوٹے ہونے کے متعلق کوئی قاعدہ نہیں ہو سکتا۔ اور ہم صرف سروں کے  
دو نقطوں کی تصویریں دریافت کر کے ان کو ملا سکتے ہیں۔ منحنی خطوط بھی  
خواہ یہ تصویرِ مستوی کے متوازی ہوں یا نہ ہوں، منحنی میں بہت سے  
نقطوں کی تصویریں دریافت کر کے ان میں سے خطوط لینے سے کھینچے  
جاسکتے ہیں۔

ہم نے اب اتنی باتوں کی تشریح کر دی ہے کہ یہ ایک ایسے کس کی  
(جو پلیٹ ۴۳ میں دکھایا گیا ہے) منظرہ تظلیل کو عملی طریقے سے شروع کرنے  
کے لیے بالکل کافی ہیں۔

مسئلہ عملی ۲۵۹ — ایک کبس کی جو ۱۰ × ۵ × ۱۰ اونچا

ہے منظرہ تظلیل کھینچنا ہے جب کہ اس کے رخ ا ب اور ا د  
تصویری مستوی سے ۴۰° اور ۵۰° کے زاویے بنائیں۔ کبس کا  
قریب ترین کونا قائم نقطہ ی سے ۴۸ فٹ پر اور خطِ نظر  
کے بائیں جانب ۲۰ فٹ پر اور افقی مستوی کے شیجے



۲۵ فٹ پر ہے۔ پیمانہ ۱/۱۶ (پلیٹ ۳۸ - شکل ۱۷)۔

کاغذ کے نصف بالائی حصہ میں ایک خط کھینچو جو خط نظر کی تعبیر کرے اور نقطہ ی کو کاغذ کے نچلے رخ کے قریب ۱۰ ی فٹ کو ۲۸ فٹ کا پناؤ اور ف ۱ کو جوی ف کے علی القوائم ہو ۲۰ فٹ کا لو۔ اس سے کس کے ایک کونے کے مقام کا تعین ہو جاتا ہے اور اب کس کا سطحی نقشہ کھینچ لیا جاسکتا ہے۔ اب ہم کو تصویری مستوی کا تعین کرنا یعنی الفاظ دیگر تصویر کی جسامت کے متعلق فیصلہ کرنا ہوگا کہ وہ کس ناپ کی ہو۔

فرض کرو کہ ہم کس کے قریب ترین انتصابی کنارہ ۱۰ کی تصویر کو اصل کے ۳ حصہ کے مساوی بنانا چاہتے ہیں۔ اسی صورت میں ہم کو چاہیے کہ نقطہ نظر ن کو جہاں کہ خط نظر کو تصویری مستوی قطع کرتا ہے، ی ف کے ۳ فاصلہ پر (چونکہ یہ ۲۸ فٹ کا ہے) یعنی ی سے ۳۶ فٹ کے فاصلہ پر رکھیں۔ خط اخ کو نقطہ ن میں سے کھینچو۔ تب اخ حقیقی افقی خط ہے چونکہ وہ دونوں مستویوں میں واقع ہے۔

طالب علم کو چاہیے کہ پلیٹ ۳۷ میں دیکھ کر اس کا اطمینان کر لے۔ جو حروف اوپر لکھے گئے ہیں وہی پلیٹ میں بھی استعمال کیے گئے ہیں اور اس پلیٹ میں وہ تمام چیزیں دکھائی گئی ہیں جو افقی مستوی اور اس کے اوپر یا نیچے آسکتی ہیں۔ مثلاً نقطہ پ کے لیے سامنے کی پیمائش ۶۵ فٹ یا زو کی ۱۵ فٹ ہو سکتی ہے اور نقطہ پ، ک کے اوپر ہو سکتا ہے مگر جس طرح ۱ کی تعبیر اس سے ہوتی ہے اسی طرح پ کی ک سے ہوگی۔

ای کو ملاؤ۔ تب ا اور اس سے چلنے والی نظری شعاعوں کا سطحی نقطہ ای ہوگا۔ تصویری مستوی یا اخ کو فرض کرو کہ ای نقطہ ج میں قطع کرتا ہے۔ تب یہ پلیٹ ۳۷ کا نقطہ ج ہوگا اور ۱ اور م اس کے عین نیچے ہونگے۔ طالب علم کو یہاں اچھی طرح اس امر کو یاد رکھنا چاہیے کہ کاغذ اب کس طرح تصویری مستوی اور افقی مستوی کو تعبیر کرتا ہے۔ پلیٹ ۳۷ کو دیکھو اس میں



ہم دیکھتے ہیں کہ دونوں مستوی  $\alpha$  خ میں سے گزرتے ہیں۔ تھوڑی دیر کے لیے یہ فرض کرو کہ یہاں کسی پُل پر یہ گھوم سکتے ہیں اور ان کو اتنا گھمایا جاتا ہے کہ وہ  $\beta$  جلتے ہیں۔ اور ایک ٹھیک دوسرے کے اوپر آ جاتا ہے۔  $\alpha$  خ میں کا کوئی نقطہ اپنی جگہ سے نہیں ہلے گا۔ لیکن ہم اگر یہ فرض کر لیں کہ افقی مستوی قائم ہے اور تصویری مستوی  $\alpha$  س کے گرد گھومتا ہے تو یہ معلوم ہو گا کہ کسی انتصابی پیمائشی خط کی تصویر (مثلاً ج و کی)  $\alpha$  خ کے گرد اسی طرح گھومتی ہے جیسے کہ کسی محور کے گرد پہیے کا آڑا (Spoke) گھومتا ہے اور اپنی پوری جسامت کو کاغذ پر بتاتی ہے۔ لہذا کاغذ کو ہم دونوں مستویوں کے لیے استعمال کر سکتے ہیں۔ اور تصویر و نیز اس کے سطحی نقشہ کو اس پر کھینچ سکتے ہیں۔ مگر دل میں ان کی علیحدہ علیحدہ شکلوں کا خیال بھی یوں قائم رکھ سکتے ہیں کہ عربی حروف ایک میں ہیں اور دوسرے میں چھوٹے حروف اور ان میں سے ایک حرف کو ایسے ہی دوسرے سے ہم اُس وقت تک خطوط سے نہیں ملا سکتے جب تک دونوں ایک ہی افقی مستوی میں  $\alpha$ ، ج، اور  $\beta$  کی طرح نہ واقع ہوں۔

اس سے ظاہر ہے کہ کاغذ کو تصویری مستوی فرض کیا جائے تو  $\alpha$  اور  $\beta$  ج میں سے گزرنے والے  $\alpha$  خ کے علی القوائم خط پر واقع ہونگے اور  $\alpha$  خ کے نیچے ہونگے۔

ج سے  $\alpha$  خ پر ایک عمود ج ج کھینچو۔  
چونکہ جو شرائط دیے گئے ہیں وہ یہ ہیں کہ  $\alpha$  خ کا پیندا افقی اور افقی مستوی سے ۲۵ فٹ نیچے اور کس خود ۱۰ فٹ اونچا ہے۔ اس لیے ۱۱۰ فٹ کا اور ۱۰ فٹ کا ہوا۔ تب اسے  $\alpha$  خ پر ایک عمود کھینچو اور ۱۱۰ = ۲۵ فٹ اور ۱۰ = ۵ فٹ کے دیے ہوئے پیمانہ پر بناؤ۔ ای اور  $\beta$  کی کو اس طرح ملاؤ کہ ج ج کو  $\alpha$  اور  $\beta$  میں قطع کرے۔ اس طرح ۱۰ فٹ کا منظرہ نقشہ  $\alpha$  م حاصل ہو جائیگا۔

چونکہ  $\alpha$  تصویر مستوی کے علی القوائم ہے اس لیے نقطہ  $\alpha$  کو دریافت کرنے کے لیے ج و کو ایسا بنانا چاہیے کہ یہ  $\alpha$  کے ساتھ دہی نسبت رکھے جو خط



ی ف، ی ن کے ساتھ رکھتا ہے یا ج، ی ا کے ساتھ۔ اسی طرح نقطہ م کے لیے ہیں ج م کو اہر کے ساتھ اُسی نسبت کا بنانا ہوگا۔ متشابہ مثلثوں سے طالب علم پر یہ امر بخوبی روشن ہو جائیگا۔

اسی طرح کس کے دیگر تمام کونے دریافت کیے جاسکتے ہیں۔ مثلاً ی ب کو ملاؤ۔ اور یہ ا خ کو نقطہ ب میں جہاں قطع کرتا ہے وہاں سے ا خ پر عمود کھینچو۔ ب پر اس عمود کے متوازی ایک خط کھینچو اور ا کی صورت حال کی طرح ہ افٹ، ۲۵ فٹ کے فاصلے ناپ لو اور ان نقطوں کو ی سے ملاؤ اور اس طرح ن اور ب نقطوں کو حاصل کرو۔ منظرہ نقشہ کو مکمل کرلو۔ اس طرح پیمائش سے منظرہ تظلیل کے طریقہ کی کل باتیں معلوم ہو جاتی ہیں۔

یہاں طالب علم نے ایک پورے کس کا نقشہ ایسے طریقہ سے کھینچا ہے جس سے وہ اس قابل ہو جائیگا کہ دی ہوئی شرائط کے مطابق کسی نقطہ یا کسی خط کا نقشہ کھینچ سکے۔ وہ یہ خیال کر سکتا ہے کہ یہ تمام خطوط افقی یا انحنائی ہیں اور اس طرح سے خاص صورتیں بن جاتی ہیں۔ مگر اس طریقہ میں کوئی چیز ایسی نہیں ہے جو خطوط کی اس خاص صورت پر منحصر ہو۔ مثلاً فرض کرو کہ اک وہ خط ہوتا جس کی تصویر کھینچنا ہم کو مقصود ہوتا۔ یہ ایسی صورت ہے جس میں کسی طرح سے بھی کوئی خاص بات نہیں پیدا ہوتی۔ البتہ اس میں دی ہوئی شرائط یہی ہیں کہ اس میں دو سرے ہیں جس طرح کہ تمام حدود خطوط میں ہوتے ہیں اور اگر یہ دونوں سرے دیے جائیں تو ہم ان کا نقشہ کھینچ سکتے ہیں۔

اس طریقہ سے مطلوب منظرہ تظلیل آسانی کے ساتھ حاصل ہو جاتی ہے۔ مگر اور طریقہ بھی ہیں جو بعض شرائط کے تحت زیادہ سہل ہوتے ہیں۔ ان سے ہم یہاں بحث کریں گے۔

## منظرہ تظلیل اور جمل نقطوں سے

قاعدہ (۱) میں ہم یہ بتا چکے ہیں کہ کسی شے کا فاصلہ متشابہ سے بڑھتا جائے تو شے نسبتہ گھٹتی جاتی ہے۔ دوسرا قاعدہ جس پر منظر نمائی کا دارومدار ہے



یہ ہے کہ تمام متوازی خطوط ایک نقطہ پر ملتے ہوئے نظر آتے ہیں۔  
 اول الذکر کی بہت سی مثالیں عموماً آسانی سے ملتی ہیں۔ مثلاً ریل کی پٹریوں  
 کو یا کسی لمبی سیدھی سڑک کے کناروں کو یا لمبی غلام گردش کے کونوں کے خطوط کو دیکھا  
 جائے تو معلوم ہوتا ہے کہ وہ بہت دور ایک نقطہ پر پہنچ کر غائب ہو جاتے ہیں۔  
 فرض کرو کہ کوئی شخص مصور سے کسی سمت میں ایک خط مستقیم میں دور ہوتا جاتا ہے  
 اور کمزری کی طرح اپنے جسم اور اعضا کے مختلف کونوں سے ستار پیچھے چھوڑتا جاتا  
 ہے۔ یہ سب متوازی خطوط ہونگے۔ اور اگر شخص مذکور کافی دور جانے تو ایک  
 ذرہ کی طرح اوجھل ہونے لگیگا اور یہ تمام خطوط ملتے ہوئے نظر آئینگے جس طرح کہ  
 پلیٹ ۳۶ شکل میں بتایا گیا ہے۔ اور چونکہ اس کو کسی جہامت کا بھی تصور  
 کیا جاسکتا ہے تاکہ پلنے کے شروع میں تاروں کو کسی فاصلہ پر لیا جائے اس لیے  
 یہ ثابت ہے اس بات کا کہ تمام متوازی خطوط ایک نقطہ پر اوجھل ہوتے ہوئے  
 معلوم ہوتے ہیں۔

مستویوں کے متعلق بھی یہی کہا جاسکتا ہے کہ وہ بھی خطوط میں اوجھل ہوتے  
 ہیں۔ مگر ہندوستان کے میدانوں یا سمندر کی معروف مثالوں کے سوا جو دیکھنے  
 سے اُفق میں ختم ہوتے ہوئے یا اوجھل ہوتے ہوئے معلوم ہوتے ہیں اس وقت  
 اس کے متعلق ہم کچھ زیادہ نہیں کہنا چاہتے۔

منظرہ تصویر کے متعلق یہ کہا جاسکتا ہے اور یہ بالکل غلط ہے کہ جب کوئی  
 شخص اوجھل ہونے کے قبل نصف فاصلہ طے کر لیتا ہے تو پہلے سے نصف جہامت  
 کا معلوم ہوتا ہے اور جب اُس سرے سے پہلے یا اس سرے سے تین چوتھائی  
 حصہ دور ہوتا ہے تو پہلے سے ربع جہامت کا نظر آتا ہے۔

پلیٹ ۳۷ میں ایک خط رپ فرض کرو جو کوئی دو نقطوں مراد پ  
 میں سے گزرتا ہے (اور کوئی خاص صورت اس سے پیدا نہیں ہوتی)۔ اس خط کو  
 کسی فاصلہ تک خارج کرو۔ یہی سے ایک خط اس کے متوازی اس طرح کھینچو کہ  
 یہ تصویر مستوی کو ویں ملے۔ اس خط کو یا بندہ کہہ سکتے ہیں چونکہ یہ دو جہامت  
 کرتا ہے جو رپ کا اور اس کے متوازی تمام خطوط کا ۱-ن (اوجھل نقطہ ہے)۔



جب کبھی ہم یہ کہیں کہ 'ہرپ کا ۱-ن' ہے تو اس کا مطلب یہ ہوگا کہ 'ہرپ' (ڈورنگ) خارج شدہ کی تصویر ہے یعنی خط ہرپ کی تصویر ہے جو پڑھانے سے وکے پاس اوچھل ہو جاتی ہے۔

اس کے ثابت کرنے کے لیے اس پر غور کرو کہ ہرپ اور اس کے 'یا بندہ' ی وکے درمیان فاصلہ کو ہمیشہ یکساں رہیگا لیکن جیسے جیسے خطوط زیادہ بڑھتے گئے، مصور کو چھوٹے ہوتے ہوئے نظر آئینگے حتیٰ کہ وہ اوچھل ہو کر کچھ بھی نہیں رہینگے اور اس طرح سے اس کو یہ معلوم ہوگا کہ یہ مل جاتے ہیں جس طرح کہ پلیٹ (۳۶) شکل ۳ میں دکھایا گیا ہے۔

مگر قابل غور یہ امر ہے کہ 'یا بندہ' کی تصویر کیا ہے۔ سوائے نقطہ وکے اور کچھ نہیں ہو سکتی۔ لہذا خطوط نقطہ و پر ملتے ہوئے نظر آتے ہیں۔

کوئی دوسرا خط جو ہرپ کے متوازی ہو و تک جائیگا۔ اس کی وجہ یہ ہے 'یا بندہ' اس کے متوازی کھینچا گیا ہے اور یہی وجہ اس کے اور نیز ہرپ کے لیے بھی صادق آتی ہے۔ لہذا حسب ذیل قاعدہ کلیہ حاصل ہوتا ہے۔

قاعدہ (۲)۔ ایسے تمام خطوط جو دیکھنے میں متوازی ہوں، تصویر میں ایک نقطہ پر اوچھل ہوتے ہوئے نظر آتے ہیں۔ اور یہ نقطہ وہ ہے جہاں کہ ان خطوط کے متوازی کوئی خط جو مصور کی آنکھ سے کھینچا جائے تصویر میں مستوی کو قطع کرتا ہے۔ اسی قاعدہ سے تصویر میں مستوی کے متوازی خطوط کا ۱-ن (اوچھل نقطہ) حاصل ہوتا ہے۔ اس کا سبب یہ ہے کہ ایسے خطوط کے 'یا بندے' چونکہ تصویر میں مستوی کے لازمی طور پر متوازی ہوتے ہیں لہذا اس کو کبھی بھی قطع نہیں کر سکتے۔ اس لیے ایسے خطوط کا کوئی اوچھل نقطہ نہیں ہوتا۔ یعنی ان کی تصویر میں مستوی نہیں ہوتی اور ان کو ہمیشہ خود اصلی خطوط کے متوازی کھینچنا ہوتا ہے۔

اس عام قاعدہ کو معلوم کر لینے کے بعد ہم آئتی خطوط کی خاص صورت سے بحث کر سکتے ہیں۔ کسی آئتی خط کا یا بندہ، اُس کے متوازی ہونے کی وجہ سے لازمی طور پر آئتی ہوگا لہذا اُس کا آئتی مستوی ہونا ضروری ہے۔ اس طرح یہ کاغذ پر



کھینچا جاسکتا ہے اور تصویری مستوی کو افقی خط میں ملیگا۔ لہذا کسی افقی خط کا  
۱۔ ن، ہمیشہ اسی افقی خط میں ہوگا۔ اس لیے اب (پلیٹ ۳۷) اور اس کے  
متوازی تمام خطوط کے لیے یا بندہ سی ع ہوگا جو اب کے متوازی ہے اور  
اس کا ۱۔ ن، ع ہوگا جہاں کہ وہ ۱۔ خ سے ملتا ہے۔  
تصویری مستوی کے علی القوائم تمام افقی خطوط کا ۱۔ ن، نقطہ نظر ہوگا  
کیونکہ ی میں تصویری مستوی کے علی القوائم کھینچا گیا ہے۔ اس لیے اس صورت  
میں یہ ”یا بندہ“ ہے۔

مذکورہ بالا استدلال کا اطلاق ایسی صورت میں بھی پورا پورا ہوتا ہے  
اگر ہم مستوی کے بجائے خط اور خط کے بجائے ”نقطہ“ اس میں لکھ دیں۔  
قاعدہ۔ تمام متوازی مستوی ایک خط میں اوچھل ہوتے ہیں اور  
یہ خط وہ ہوتا ہے جس میں کہ ان کے متوازی ایک مستوی (جو مصور کی آنکھ میں  
سے گزرتا ہے) تصویری مستوی کو قطع کرتا ہے۔

اس طرح کسی افقی مستوی کا یا بندہ خود ایک افقی مستوی ہوتا ہے اور یہ  
تمام ایک افقی خط میں اوچھل ہونگے۔ یہی وجہ ہے کہ ہندوستان کے  
میدانوں میں یا سمندر میں سطح، افق تک جا کر ختم ہوتی ہوئی نظر آتی ہے۔  
علیٰ ہذا القیاس انقباضی مستوی وغیرہ بھی، انقباضی خطوط میں اوچھل ہونگے۔  
محدود مستوی مثلاً فرش، چھت اور کسی لمبی غلام گردش کے بازو  
وغیرہ، ظاہر ہے کہ اُس نقطہ پر اوچھل ہونگے جس میں کہ ان کے محدود  
کرنے والے خطوط اوچھل ہوتے ہیں۔

یہ کہنا صحیح نہیں ہے کہ سمندر کا افق، افقی خط سے مطابقت رکھتا  
ہے۔ اگر مصور کسی اونچے مقام پر کھڑا ہو کر دیکھے تو دونوں میں فرق اس کو محسوس  
ہو سکتا ہے۔ اس بات کو سمجھنے کے لیے یہ یاد رکھنا چاہیے کہ زمین کی یا سمندر کی سطح  
کے ساتھ (جہاں سے کھڑا ہو کر اس کو دیکھا جاتا ہے) افق ہمیشہ تماس ہوتا ہے۔  
اور ظاہر ہے کہ سطح سمندر ایک افقی مستوی نہیں ہوتی لیکن اس سے یا دیگر  
چھوٹے چھوٹے امور سے تصویر کشی پر اثر نہیں ہوتا لہذا نظر انداز کر دیے جاتے ہیں۔



ہم یہاں پہلے یہ بتا چکے ہیں کہ کسی نقطہ کی منظرہ تطلیل کس طرح حاصل ہو سکتی ہے اور پھر اسی بکس کو جو مسئلہ عملی ۲۵۹ میں دیا گیا تھا، اور اس کے ساتھ شرائط بھی وہی ہوں، اوچل نقطوں کی مدد سے کھینچینگے۔

مسئلہ عملی ۲۶۰۔ کسی انتصابی خط اہر (بلندی = ب) کے کسی نقطہ ۱ کی منظرہ تطلیل کھینچنا۔ نقطہ ۱، نقطہ قیام سے ۲ انچ پر اور خط نظر سے بائیں جانب ۱۵، ۱ انچ پر، اور افقی مستوی سے ۱ انچ نیچے واقع ہے۔ (پلیٹ ۳۸ - شکل ۲)۔

ی، نقطہ مقام، ی س خط نظر اور ا خ افق، اور ا دیے ہوئے نقطہ کا سطحی نقشہ (معلوم شرائط کے مطابق) کھینچ لو۔  
زمینی مستوی کا استعمال جو خط نر خ سے تعبیر کیا گیا ہے یہاں ہم کو معلوم ہوگا۔ یہ ا خ سے ایک انچ نیچے دیے ہوئے شرائط کے مطابق کھینچا جائیگا۔ ۱ کا منظرہ تین سادہ طریقوں سے حاصل کیا جاسکتا ہے۔  
پہلا طریقہ۔ ۱ میں سے دو خطوط کھینچو جو ا خ کو ت اور ل میں تقاطع کریں۔ ان خطوط کو زمینی مستوی میں فرض کر کے ان کے اوچل نقطے ۲ اور ۳ دریافت کرو۔ اس غرض کے لیے ی ۲ کو ا ت کے اور ی ۳ کو ا ل کے متوازی کھینچو۔ افقی خطوط کے اوچل نقطے دریافت کرنے کے متعلق جو قواعد بیان ہو چکے ہیں ان کے لحاظ سے ان کو ا خ میں ہونا چاہیے۔ ت اور ل کے سطحی نقشوں ت اور ل کو نر خ میں دریافت کرو اور ت ۲ اور ل ۳ کو ملاؤ۔ تب یہ دونوں خطوط ا ت اور ا ل محدودہ کے منظرے ہیں۔ لہذا ۱ ان کا نقطہ تقاطع، ۱ کا مطلوبہ منظرہ ہوگا۔

اس کا پلیٹ ۳۸ سے مقابلہ کرو۔ یہاں سوائے ا جو افقی مستوی پر ا کے سطحی نقشہ کی تعبیر کرتا ہے دیگر تمام حروف ایک ہی ہیں۔ کوئی دو خطوط ا ل اور



اے ایسے کھینچ گئے ہیں جو اے خ کو ل اور ت میں قطع کرتے ہیں اور ان کے سطحی نقشے نہ خ پر ل اور ت ہیں۔ خطوط اے اور اے ل کے اوچھل نقطہ اے اور اے م ہیں۔ یا بندہ ی اے، اے ت کے متوازی اور یا بندہ ی اے م، اے ل کے متوازی ہے۔ ل، اے م اور ت، اے کو ملانے سے نقطہ اے کا منظرہ لڑان دونوں خطوط کے تقاطع پر ملیگا۔

دوسرا طریقہ — پلیٹ (۳۷) شکل ۱ میں پہلے کی طرح ا میں سے کوئی خط اے ت کھینچ کر اس کا اوچھل نقطہ ی اے دریافت کرو۔ ا میں سے اے خ کے علی القوائم ایک خط اے کھینچو۔ اب اے ایک افقی خط ہے جو تصویری مستوی کے علی القوائم ہے اور اس کا اوچھل نقطہ س نقطہ نظر ہے۔ نقطہ لا کا سطحی نقشہ لا دریافت کرو۔ لا س کو ملاؤ اس طرح کہ تے اے کو ل میں قطع کرے۔ اس کا پلیٹ ۳۷ سے مقابلہ کرو۔ یہاں اے ل، اے خ پر عمود کھینچا گیا ہے۔ لا کا سطحی نقشہ نہ خ پر ملا ہے۔ اگر لا کو س سے ملا دیا جائے تو یہ تے اے کو ل میں قطع کرے گا۔ تیسرا طریقہ — پلیٹ (۳۸) شکل ۱ میں پہلے کی طرح کوئی خط اے ت، اے میں سے کھینچو اور اس کا منظرہ تے اے کھینچ لو۔ اے کو ملاؤ اس طرح کہ اے خ کو ج میں قطع کرے۔ تب اے ی تک نظری شعاع کا سطحی نقشہ اے ی ہوگا۔ نہ خ پر ج سے ج تک ایک عمود کھینچو۔ تب ج منظرہ میں اے کا سطحی نقشہ ہوگا۔ وہ نقطہ جہاں ج تے اے کو قطع کرتا ہے وہ ہوگا اے ی اے کا منظرہ ہوگا۔

اس کا مقابلہ پلیٹ (۳۷) سے کرو۔ اسی چیز کو یہاں تصویر میں بتایا گیا ہے، افقی مستوی میں اے کا سطحی نقشہ اے ہے۔

ایک انتہائی خط اے کا منظرہ جس کی بلندی ب ہو دریافت کرنا:۔ ہم کو یہاں ل پر ایک عمود کھینچنا ہوگا جس کی حقیقی بلندی ب ہوگی۔ ل میں سے کوئی خط اے یا کھینچو جو اے کو ج میں اور نہ خ کو ل میں قطع کرے۔ ل پر ل پر ایک عمود ب کے مساوی کھینچو۔ رے اے کو ملاؤ اور ل میں سے ایک انتہائی خط اے یا کھینچو جو رے اے کو م میں قطع کرے۔ تب ل و م خط اے کا (جس کی بلندی ب ہے) مطلوبہ منظرہ ہوگا جو تمام دیے ہوئے شرائط کے مطابق ہوگا۔



اس عمل کے وجہ ظاہر ہیں۔ چونکہ  $ل$ ،  $ع$  اور  $ر$ ،  $ع$  ایسے خطوط ہیں جن کا اوچل نقطہ افقی میں  $ع$  ہے لہذا یہ متوازی اور افقی خطوط کے منظرے ہیں۔ اس لیے  $و$  منظرہ میں  $ل$  کے متوازی اور مساوی ہے جو  $ب$  کے مساوی بنایا گیا تھا۔ پس  $ر$  کی بلندی  $ب$  ہوگی۔ خط  $ل$ ،  $ع$  کہیں بھی کھینچا جائے اس سے کوئی فرق نہیں وارفع ہوتا۔  $و$  میں سے ایسا کوئی بھی خط کھینچا جائے جو  $ا$ ،  $خ$  میں اور  $ن$ ،  $خ$  میں ختم ہو تو کافی ہے۔ اس کا نقشہ پلیٹ (۳۷) میں دکھایا گیا ہے جہاں  $ل$ ،  $ر$ ،  $ا$  کے مساوی بنایا گیا ہے اور خط  $ر$ ،  $ع$  نقطہ  $گ$  میں سے گزرنے والے عمود پر خط  $و$  کو قطع کرتا ہے جو  $ا$  کا مطلوبہ منظرہ ہے۔

مسئلہ عملی ۲۶۱۔ ایک بکس کا منظرہ، اوچل نقطوں کی مدد سے انھیں شرائط کے تحت کھینچنا جو مسئلہ عملی ۲۵۹ میں دیے گئے ہیں۔ پیمانہ ۱/۱ (پلیٹ ۳۸ - شکل ۳)۔

$ا$ ،  $خ$ ،  $ی$  اور  $س$  اور بکس کا سطحی نقشہ پہلے کے مطابق کھینچ لو۔ بکس کا پیندا دیے ہوئے شرائط کی رو سے افقی سطح سے  $۵$  فٹ نیچے ہوگا۔  $ن$ ،  $خ$  کو  $ا$  کے متوازی اور اس سے  $۵$  فٹ کے فاصلہ پر کھینچو۔ اس سے قبل کے مسئلہ عملی میں بتائے ہوئے طریقوں میں سے کسی ایک طریقہ سے  $ا$  کا منظرہ ہم حاصل کر سکتے ہیں۔

$ا$ ،  $ی$  کو اس طرح سے ملاؤ کہ  $ا$ ،  $خ$  کو  $ج$  میں قطع کرے اور نقطہ  $ج$  کی  $ن$ ،  $خ$  پر  $ج$  میں تغلیل کرو۔  $ب$  کو اتنا بڑھاؤ کہ  $ا$ ،  $خ$  کو  $ت$  میں ملے۔  $ت$  کا سطحی نقشہ  $ت$  حاصل کرو۔  $ا$  کا اوچل نقطہ  $ع$  دریافت کرو۔ وہ نقطہ جہاں کہ  $ت$ ،  $ع$  اور  $ج$ ،  $ج$  متقاطع ہوتے ہیں  $ا$  کا منظرہ  $و$  ہوگا۔ خط  $ا$ ،  $ب$  کا منظرہ  $و$ ،  $ع$  میں واقع ہے اور  $ب$ ،  $ی$  کو ملا کر نقطہ  $د$  سے  $د$  جہاں کہ شعاع  $ب$ ،  $ع$  کا سطحی نقشہ  $ا$ ،  $خ$  کو قطع کرتا ہے  $ا$ ،  $خ$  پر عمود کی تغلیل کرنے سے نقطہ  $ب$  حاصل ہوتا ہے۔



اسی طریقہ سے نقاط ج اور د بھی حاصل کیے جاسکتے ہیں۔  
م کو حاصل کرنے کے لیے کوئی خط عم ل نقطہ ۱ میں سے ایسا کھینچو جو  
ا خ اور م خ پر ختم ہو۔ ل پر ایک عمود کھینچو اور ل م کو ۱۰ فٹ یعنی یکس کی  
بلندی کے مساوی بناؤ۔ ر عم کو ملاؤ اس طرح کہ ج ج کو م پر قطع کرے۔  
یکس کے منظرہ کی تکمیل کرلو۔ اس عمل کو پلیٹ ۳۷ کے ساتھ مقابلہ کر کے دیکھو۔

### ترتیب خطوط کے اوجھل نقطے

اب تک ہم نے افقی خطوط کے اوجھل نقطوں سے بحث کی ہے جو لازماً  
ا خ میں واقع ہوتے ہیں۔ یہاں ہم ترتیب خط کے اوجھل نقطے دریافت کرنے  
کے طریقوں کو بتائینگے یعنی کس طرح وہ نقطہ دریافت کیا جاتا ہے جس میں کہ ایک  
ترتیب خط تصویر کی مستوی کو قطع کرتا ہے۔ پلیٹ ۳۷ میں مرپ کے لیے یہ بہت  
واضح طور پر بتایا گیا ہے۔ یہاں ”یا بندہ“ سی و ہے جو سی سے مرپ کے  
متوازی اس طرح کھینچا گیا ہے کہ تصویر کی مستوی کو و میں قطع کرے۔ اس  
ی و کا سطحی نقشہ افقی مستوی میں ی ک ہے اور ک و خط ی و  
کی بلندی ہے جو افقی فاصلہ ی ک میں حاصل ہوتی ہے جب کہ ی و اور  
مرپ کا میلان مساوی ہوتا ہے۔ تصویر کی مستوی کے باہر ہم کو یہ خط درکار  
نہیں ہے۔ صرف نقطہ و کو معلوم کرنا ہمارا مقصد ہے

یادداشت — ی و نقشہ کے بہت باہر ہے۔ اس کو حقیقت میں

مرپ کے متوازی ہونا چاہیے اور تصویر کی مستوی سے ملنے کے قبل دائرہ کی جانب  
کاغذ کے باہر نکل جائیگا مگر اس سے فہم میں کوئی وقت نہیں ہوتی۔

پلیٹ (۳۸) شکل ۱ میں مثال کے طور پر خط ۱ و کو لو۔ اس خط کا

سطحی نقشہ ا د ہے۔ ا د کے متوازی ی و کھینچو۔ یہ یا بندہ کا سطحی نقشہ

ہوگا جس کو مستوی ۱ مر د کے متوازی انتصابی مستوی میں ہونا ضروری ہے

ہم کو اب صرف بلندی ی و دریافت کرنی ہے۔ یہ ہم جانتے ہیں کہ ۱ و کا ارتفاع

۱۰ فٹ میں ۱۰ فٹ ہے (یادگیر صورتوں میں میلان کا زاویہ صفر میں دیا جائیگا)



ی ۶ پر ایک مثلث قائم الزاویہ ۶، ۷، ۸ ایسا کھینچو کہ جس کی بلندی اور قاعدہ میں ۱۵:۱۰ کی نسبت ہو۔ ۶ کو ۷ کے مساوی اور ۸ کے علی القیاس کھینچو تب و خط ۶ کا اوجھل نقطہ ہوگا۔ اس امر کو یہاں یاد رکھنا چاہیے کہ ہم ی اور ۷ کو اس لیے نہیں ملا سکتے کہ وہ کاغذ کے دو مختلف ٹکڑوں پر ہیں جیسا کہ پلیٹ (۳۷) کو دیکھنے سے ظاہر ہوگا۔

و کے استعمال کے لیے ۷ کو ملاؤ۔ یہ خط ۶ کا غیر محدود منظرہ ہوگا اور ۶ کو ۷ میں قطع کریگا جس سے نقطہ ۶ کا منظرہ حاصل ہو جائیگا۔

### کاغذ کے باہر اوجھل نقطوں کا واقع ہونا

اگر ذریعہ مطلوبہ اوجھل نقطے کاغذ کے باہر واقع ہوتے ہیں۔ مثال کے طور پر پلیٹ (۳۸) شکل میں خط سب کو ۷، ۸ کے متوازی کھینچو یعنی کاغذ کی جتنی اس کا یا بندہ کھینچ لو۔ ۸ میں کسی نقطہ سے ایک خط ۸ کے ایسا کھینچو جو ی ۸ کے متوازی ہو۔ اب ی ۸ کو اور ۸ کو کسی تعداد کے مساوی حصوں میں تقسیم کرو اور ان کو اوپر سے نیچے عددوں کو لکھ کر شمار کرو۔ تب دونوں پیمانوں پر ایک ہی عدد میں سے گزرنے والا کوئی خط سب کے اوجھل نقطہ تک جائیگا۔

### پیمائشی نقطوں سے منظرہ

اس طریقہ کی ایک اچھی خصوصیت یہ ہے کہ اگر تمام ابعاد دیے جائیں تو کسی سطحی نقشہ کے کھینچنے کی ضرورت نہیں رہتی۔ اور پیمائش کرنے کے لیے سطحی نقشہ کو علامہ کسی کاغذ کے ٹکڑے پر رکھا جاسکتا ہے۔ مگر ساتھ ہی ساتھ اس طریقہ میں خرابی یہ ہے کہ اس میں غلطی ہو جانے کا زیادہ امکان ہوتا ہے۔ اس میں زیادہ خطوط کھینچے ہوتے ہیں۔ اور اگر کہیں غلطی ہو جائے تو اس کو دریافت کرنا یا اس کی تصحیح کرنا بڑا مشکل کام ہے۔ پہلے ہم ایک سادہ مثال سے ایک سطحی نقشہ ملے کہ اس طریقہ کو واضح کریں گے اور پھر مسئلہ ۲۵۹ میں دیے ہوئے شرائط کے تحت



بکس کا منظرہ دریافت کریں گے۔ اس میں بکس کے ڈھکن کا اضافہ اس غرض سے کیا جائیگا کہ  
ترچھے خطوط کے پیمائشی نقطوں کا استعمال واضح ہو جائے۔

مسئلہ عملی ۲۶۲۔ پلیٹ (۳۹) شکل ۱ میں بتائی ہوئی

شکل کے مشروط مصلع کا منظرہ پیمائشی نقطوں کے طریقہ سے کھینچنا۔

خروط مصلع اب ج د کا قطعی نقشہ اور رُوکار کھینچ لو۔ دیے ہوئے  
شرائط کے تحت ا خ ، ن ر خ ، ی اور س کو کھینچ لو۔

۱۔ اب اور ا د کے اوچل نقطے ی ع اور ی ع م دریافت کر لو۔  
د ا کو لیمک بڑھاؤ اور خط د کے غیر محدود منظرہ ل ع م کو کھینچ لو۔ ع کو  
مرکز اور ع ی کو نصف قطر مان کر ایک ایسی قوس کھینچو جو ا خ کو ہم میں  
قطع کرے۔ ن ر خ پر ل ا ، ل ا کے مساوی تاب لو اور ا ہم کو اس طح  
ملاؤ کہ ل ع م کو ع میں قطع کرے۔ ع تب ا کا منظرہ ہوگا۔ اسی طح ل ا کو  
ل د کے مساوی لو اور ا ہم کو اس طح ملاؤ کہ ل ع م کو د پر قطع کرے  
تب د ا کا منظرہ ہوگا۔ اس کو ثابت کرنے کے لیے ی ع م کو ملاؤ۔ یہ  
ظاہر ہے کہ ہم ایسے تمام خطوط کا اوچل نقطہ ہے جو ی ع م کے متوازی  
ہیں مگر زاویہ ع ی ع م مساوی ہے زاویہ ع م ی ع کے۔ لہذا تمام ایسے  
خطوط جو ی ع م کے متوازی ہوں ن ر خ اور ا خ کو لازماً قطع کریں گے اور  
ایسے تمام خطوط کے ساتھ مساوی زاویے بنائیے گئے جو ع ی کے متوازی ہیں۔  
اس لیے ع م ، ا خ اور ل ع م کو مساوی زاویے بناتے ہوئے قطع کرتا ہے  
اور منظرہ میں فاصلہ ل ا ، ل ا کے اور ل م ، ل د کے اور فاصلہ ا د ،  
د کے مساوی ہوگا۔

اس کے برعکس اگر خط م ع پر ایک فاصلہ ا د کے مساوی ناپ کر  
لینا مطلوب ہو تو ہم کو ملاؤ اور اس کو استار بڑھاؤ کہ ن ر خ کو ا میں قطع کرے۔  
ا م کو ا د کے مساوی بناؤ اور ا ہم کو اس طح ملاؤ کہ ع م کو د میں قطع کرے۔  
ظاہر ہے کہ ہر اوچل نقطہ کا ایک پیمائشی نقطہ (پ - ن) ضرور ہوگا اور



تمام افقی خطوں کے پیمائشی نقطہ ۱۔ ہر میں ہونگے۔ ع کا پیمائشی نقطہ مساوی دریافت کرو۔ اور اسی طریقہ سے جو اوپر بیان کیا گیا ہے۔ نقطہ دریافت کرو۔ ایک ترچھے خط کے لیے اس طریقہ کو استعمال کرنے کے لیے خط ا ج کی صورت پر غور کرو۔ ا ج کے سطحی نقشہ کا منظرہ و د ہے لہذا ی ع یا بندہ ہوگا۔ ی ع پر ایک مثلث قائم الزاویہ ایسے میلان کا جو ع ج کے میلان کے مساوی ہو کہینچو۔ اور ع ع ی بندہ ی سے ع کو جو ع کے اوپر عموداً واقع ہوں نشان کرو۔ ۱ ع کو ملاؤ۔ ع کا پیمائشی نقطہ دریافت کرنے کے لیے ع کو مرکز لے کر ع نصف قطر سے ہر ع کو ع سے عموداً نیچے حاصل کرو۔

یہاں ہم ایک ترچھے خط و ج پر پیمائشی نقطہ کے ذریعہ کسی دیے ہوئے طول کو حاصل کرنے کے طریقہ سے بحث کریں گے۔ و ج کے سطحی نقشہ کے منظرہ و د کو اتنا بڑھاؤ کہ سرخ کو ل میں قطع کرے۔ نقطہ ل پر سرخ کا ایک عمود کہینچو۔ ہر ل کو ملا کر اتنا بڑھاؤ کہ اس عمود کو نقطہ پ پر قطع کرے۔ عمود پ ک پر نقطہ پ سے دیے ہوئے طول کے مساوی فاصلہ ا ج نشان کرو۔ ک ہر کو اس طرح ملاؤ کہ ۱ ع کو ج پر قطع کرے۔ چونکہ ج د انتصابی ہے لہذا معمولی طریقہ سے نقطہ ۲ پر ایک عمود ۲ کہینچ کر اس نقطہ کی جانچ کی جاسکتی ہے۔ ۲ کو د ج کے مساوی بناؤ۔ اور اگر نقاط ۲ اور ر کو ہر سے خطوط کہینچ کر ملایا جائے تو یہ خطوط نقاط د اور ج سے گزریں گے۔ اس کا ثبوت حسب ذیل ہے :-

ع ی، ع ہر کے اور ع ع، ع ع کے مساوی ہے۔ نیز ع ہر، ع ی کے مساوی ہے لہذا یہ ع ہر کے مساوی ہوگا۔ زاویہ ع ہر ہر مساوی ہے زاویہ ع ہر ہر کے۔ اس لیے ہر ایک ایسے خط کا پیمائشی نقطہ ہوگا جو و ج کے انتصابی مستوی میں واقع ہے اور و ج سے ایک ایسا زاویہ بناتا ہے جو اس کے طول میں کسی نقطہ سے کہینچ ہوئے انتصابی خط سے بنائے ہوئے زاویہ کے مساوی ہوتا ہے۔ لہذا پ ک منظرہ میں و ج کے مساوی ہے۔



اوپر جو ثبوت لکھا گیا وہ مشکل ہے اور آسانی سے سمجھ میں نہیں آتا۔ لہذا ہم ایک اور ثبوت یہاں لکھتے ہیں:۔

ہم ایک ایسا مثلث مساوی الساقین چاہتے ہیں جس کے ضلع  $AB$  اور نقطہ  $C$  سے کھینچے ہوئے عمود کے متوازی ہوں۔ اس کے قاعدہ کا اوچل نقطہ یا قاعدہ کے متوازی کسی خط کا اوچل نقطہ دریافت کر لیں تو خط  $AB$  پر قاعدہ ایک ایسے فاصلہ کو قطع کریگا جو عمود پر اس کے قطع کردہ فاصلہ کے مساوی ہوگا۔  $AB$  کو اتنا بڑھاؤ کہ  $AD$  میں سے کھینچے ہوئے عمود کو  $D$  میں قطع کرے۔ ظاہر ہے کہ  $AD$   $AB$  ج مطلوبہ مثلث ہوگا۔ اس کی وجہ یہ ہے کہ زاویہ  $AD$   $AB$  زاویہ  $ABC$  کے مساوی ہے۔ لہذا ضلع  $AD$  = ضلع  $AB$  اور چونکہ منظرہ کی رو سے  $AD$   $AB$  خط  $BC$  کے متوازی ہے اس لیے  $AD$  =  $BC$ ۔

یہ بتانے کے لیے کہ ہم کس طرح حاصل ہوتا ہے، فرض کرو کہ ایک انتصابی مستوی نقطہ  $A$  میں کسی انتصابی مستوی کے متوازی ہے جس میں  $AB$  اور  $AC$  واقع ہیں۔ یہ مستوی  $1$ ۔  $AB$  کو  $BC$  میں قطع کرتا ہے اور ظاہر ہے کہ یا بندہ اس مستوی میں ہی ہوگا۔ اس لیے یہ فرض کرو کہ افقی مستوی میں  $A$  قائم رہتا ہے اور کاغذ کو  $AB$  کے گرد اس طرح گھمایا جاتا ہے کہ یہ تصویری مستوی کی تعبیر کرے۔ مذکورہ بالا  $AB$  میں سے گزرنے والا انتصابی مستوی، تصویری مستوی کو  $BC$  میں سے گزرنے والے  $AB$  کے علی القوائم ایک خط میں قطع کریگا اور مطلوبہ پیمائشی نقطہ اس خط میں ہوگا۔ اگر اس خط پر ہم  $BC$  کے طول کو خط  $AB$  کے صحیح طول کے مساوی لیں تو ایک مثلث مساوی الساقین  $ABC$  حاصل ہوگا جو  $AB$  پر مطلوبہ مثلث کے متوازی ہوگا اور  $BC$  ہم یا بندہ اور  $AC$  مطلوبہ پیمائشی نقطہ ہوگا۔ اب چونکہ  $BC$  =  $AD$  اس لیے  $BC$  =  $AD$ ۔

لہذا  $AD$  کو مرکز اور  $BC$  کو نصف قطر لے کر ہم مطلوبہ نقطہ  $D$  حاصل کر سکتے ہیں۔  
بغیر سطحی نقشہ کے منظرہ حاصل کرنے کا طریقہ یہاں لکھا جاتا ہے۔



مسئلہ عملی ۲۶۳۔ مسئلہ عملی ۲۵۹ میں دیے ہوئے شرائط کے مطابق پیمائشی نقطوں کے ذریعہ ایک کس کا منظرہ حاصل کرنا۔ اس میں ایک ڈھکن بھی ایسا دکھایا جائے جس کی بلندی ۲ فٹ ہے اور ۳۰ کے زاویہ پر کھلا ہوا ہے۔ پیمانہ ۱/۱۰ (پلیٹ ۳۹-شکل ۱۱)۔

ا، خ، ن، خ، ی کو کھینچو جس اور ع، ع کو بالترتیب خط نظر سے ۵۰ اور ۳۰ کے زاویے بناتے ہوئے کھینچا جائے۔ کس کا کونا خط نظر کے بائیں جانب ۲۰ فٹ پر ہے۔ اس لیے ن، خ پر، بائیں جانب ۲۰ فٹ پر نقطہ الو۔ ا، س کو ملا دو۔ اس نقطہ کے ہر دو جانب ایک پیمائشی نقطہ ہوگا۔ اور یہ نقطہ جو تصویری مستوی کے تمام علی القوائم خطوط کے پیمائشی نقطے ہیں، "نقاط فاصلہ" کہلاتے ہیں۔ ان کو د پ، ا، د پ، سے تعبیر کیا جاسکتا ہے۔ چونکہ ا، خ سے ا، کا سامنے کا فاصلہ ۱۲ فٹ ہے، لہذا ا، خ پر نقطہ ا کے ایک جانب ۱۲ فٹ کا فاصلہ ناپ کر نقطہ ۲ حاصل کرو اور د پ، پر اوچل کر د پ، وہ نقطہ جہاں ۲ د پ، اور ا، س متقاطعت ہوتے ہیں نقطہ ۱ ہوگا جو ا، کا منظر ہے۔ ا، کو ع اور ع پر اوچل کر د پ، تب و، ع اور ع کس کے ضلعوں اب اور اد کے غیر محدود منظرے ہونگے۔ چونکہ اد، ع پر اوچل ہوتا ہے اس لیے و، د حاصل کرنے کے لیے و، کو استعمال کرنا چاہیے و، میں سے و، ۱۴ ایک خط کھینچو اور و، ۳ کو اد کے مساوی بناؤ۔ و، سے و، پر اوچل کر اس طرح کہ و، کو د پر قطع کرے۔

اسی طرح و، کو استعمال کرنے سے نقطہ ب حاصل ہو جائیگا۔ مسئلہ عملی ۲۵۸ کے طریقہ سے کس مل کیا جاسکتا ہے۔

کس کے ڈھکن کو حاصل کرنے کے لیے جو ۳۰ نال ہے، ہم کو ۳۰ نال خط کا اوچل نقطہ پہلے حاصل کرنا ہوگا۔ چونکہ ع، و، = ع، ی کے اس لیے



مزید خطوط کھینچنے سے بچنے کے لیے ہر ایک خط کھینچو جو آخر سے ۳۰ ماٹل ہو اور آخر کے ایسے عمود کو جو ع میں گزرتا ہے ع میں قطع کرے۔ تب ع میں مطلوبہ ا۔ ن ہوگا۔ اور ع کو مرکز لے کر ع میں ہم نصف قطر سے ایک ایسی قوس کھینچو جو ع میں مدورہ کو ہم پر قطع کرے۔ یہ ع کا پیمائشی نقطہ ہوگا۔

ع کو ن اور ک سے ملاؤ۔ ان خطوط کو برعاً و تآکر ڈھکن کے نیچے کناروں کے غیر محدود منظرے حاصل ہو جائیں۔ طول ن گ کو حاصل کرنے کے لیے ن میں سے ہر کو اس طرح کھینچو کہ ۳ میں سے گزرنے والے عمود کو لایں قطع کرے۔

لا ماکون گ کے مساوی بناؤ۔ ماہم کو اس طرح ملاؤ کہ ع میں مدورہ کو ج میں قطع کرے۔ اسی طرح نقطہ ی بھی حاصل ہو جائیگا۔ نقطہ ض کو دریافت کرنے کے لیے چونکہ اوچل نقطہ کاخذ سے بہت دور کے فاصلہ پر ملتا ہے اس لیے کوئی دوسرا طریقہ اختیار کرنا ہوگا۔ کس کا ایک مزید رُوکار (شکل ۷۷) کھینچو اور پ سے ایک عمود پ خط ایسا کھینچو کہ کس کے قاعدہ کو خط میں قطع کرے۔ اب ہر کے ذریعہ ایک فاصلہ ر خط، آخر کے مساوی ہو۔ تب خط میں سے گزرنے والے عمود میں پ واقع ہوگا۔ نر خ کے ۳ میں سے کھینچے ہوئے عمود پر ۳ ایک ایسا فاصلہ لوجو پ خط کے مساوی ہو اور ر کو ع پر اوچل کرو۔ تب ر خط میں سے گزرنے والے عمود کو پ پر قطع کریگا۔ اور ڈھکن کے دیگر نقطے اسی طرح حاصل کیے جاسکتے ہیں۔

### مقامی پیمائشی پیمانوں سے منظرہ

یہ طریقہ اُس وقت نہایت کارآمد ہوتا ہے جب کہ مختلف مستویوں میں جو تصویری مستوی کے متوازی اور اس سے مختلف فاصلوں پر ہوں بہت سی تفصیلی اشیاء مثلاً دروازے، درختے اور ان کے نقش و نگار وغیرہ دکھائے جاتے ہیں۔

اس طریقہ کا انحصار پہلے قاعدہ پر ہے جو اوپر بیان ہو چکا ہے۔

ایک ایسے خط مستقیم کی تصویر جو تصویری مستوی کے متوازی ہو خود اس کے متوازی ہوتی ہے اور اپنے اصلی طول سے اُس کو وہی نسبت ہوتی ہے جو کہ تصویری مستوی سے آنکھ کے فاصلہ کو خط کے سامنے کی پیمائش سے ہوتی ہے۔







فاصلہ سے، پورے پیمانہ پر، نقطہ میں سے، اُن کا فاصلہ چار گنا ہوگا۔  
 رخا خ پر خط نظر سے ۲۰ فٹ بائیں جانب (لو۔ اور رخا میں  
 کسی مناسب مقام ما پر پیمانہ کھینچ کر اس کے ہر درجہ کو میں پر اوچھل کرو۔  
 یہ پیمانہ وہ ہے جو افقی مستوی میں لو میں سے ہو کر اوچھل ہو جاتا ہے اور عقب  
 سے سامنے کو کسی فاصلہ پر یہ چھوٹا یا بڑا پیمانہ اُس مستوی کے فاصلہ کے لحاظ سے ہوگا  
 جو تصویر مستوی کے متوازی ہے۔

سطحی نقشہ میں (پلیٹ ۳۶ - شکل ۱۷) رخ پر بل اور د ۶ عمود  
 کھینچو۔ نقطہ ج سے ج گ اس خط پر عمود کھینچو جو د میں سے رخ کے متوازی  
 کھینچا گیا ہے۔

و پر (پلیٹ ۳۹ - شکل ۱۷) اب کے طول کے مساوی ۱۰، ۱۰ فٹ کا لو۔  
 اور اسے ہر پر اوچھل کرو۔ ۲ کو ال کے مساوی بنا کر ۲ سے میں پر اوچھل کرو۔  
 تب ان دونوں خطوط کے نقطہ تقاطع سے ب ملے گا۔ نقطہ د بھی ٹھیک اسی طرح  
 حاصل ہو سکتا ہے۔ اس کے لیے ۱۰ کو ۱۰ فٹ کے مساوی اور ۱۰ کو ۱۰ کے  
 مساوی بنا کر ہم اور میں پر اوچھل کر دو۔ ج کو حاصل کرنے کے لیے د میں سے  
 رخ کے متوازی ایک خط کھینچو جو پیمانہ کو قطع کرے۔

اس سے د پر کی تمام چیزوں کے لیے ایک متناہی پیمانہ ہم کو مل جائیگا۔  
 مقامی پیمانہ پر ۱۰، ۱۰ فٹ کے مساوی اور د، د ج کے مساوی بناؤ۔  
 ہر اور میں پر ان کو اوچھل کرنے سے نقطہ ج حاصل کرو۔

یہ ظاہر ہے اور اس کو بھی طرح ذہن نشین کر لینا چاہیے کہ کسی نقطہ کی (لہذا  
 اس نقطہ میں سے گزرنے والے انتہائی مستوی کی بھی) تمام پیمائشیں مقامی پیمانہ پر  
 اس طرح یعنی چاہیں کہ رخ کے متوازی نقطہ مذکور میں سے ایک خط کھینچا جائے  
 جو پیمانہ کو قطع کرے۔ د، د ج، د پر ۱۰ فٹ کی بلندی کو ہر ایک کے  
 مقامی پیمانہ پر لے کر شکل کو مکمل کر لو۔ مخروط مضلع کھینچنے کے لیے دونوں درجہ د  
 اور د ج کھینچ لو اور ان کے نقطہ تقاطع میں سے ایک خط کھینچو جو رخ کے متوازی  
 ہو اور پیمانہ کو قطع کرے۔ اس طرح ہم مقامی پیمانہ مل جائیگا۔ جس یعنی



مخروط مضلع کا راس حاصل کرنے کے لیے ض کے علی القوائم ۳۰ فٹ کا فاصلہ ناپ لو۔  
مستطیل کندہ کو مقامی پیمانوں سے حاصل کرنا ایک دشوار امر ہے۔ اگر اوچھل  
نقطے ل سکتے ہوں تو ان سے کندہ آسانی سے کھینچا جاسکتا ہے۔ سطحی نقشہ میں  
(پلیٹ ۲۶ - شکل نمبر ۱) بکس کے ہر ایک رخ کو اتنا بڑھاؤ کہ کندہ کے کناروں کو  
نقاط ف، پ، س، ت، و، م، لا اور ک پر قطع کرے۔ اور اسی طرح سے  
بکس کے پینڈے کے کناروں کے منظرہ کو بھی بڑھاؤ۔

ان میں سے ہر نقطہ کا منظرہ، بکس کے پینڈے کے کناروں کے منظرہ  
میں سے ۵ فٹ کا فاصلہ کاٹ کر لینے سے حاصل ہو جائے گا۔ مثلاً سرخ میں  
و کے ہر ایک جانب ۱۰، ۸، ۷، ۶ فٹ کے سادی فاصلے ناپ لو۔ یہ پورا  
پیمانہ اس وجہ سے ہوگا کہ اوپر مقامی پیمانہ پورا ہے چونکہ تصویر مستوی میں  
واقع ہے۔ م، و اور م، کو ملاؤ اسی طرح کہ بکس کے پینڈے کے مخروط کناروں کو  
پ اور ف میں قطع کرے۔ اسی طرح، مقامی پیمانہ استعمال کرنے سے، بکس کے  
ہر کونے میں سے ۵ فٹ کا فاصلہ قطع کیا جاسکتا اور حاصل شدہ نقطوں کو ملا کر کندہ کا  
بالائی حصہ کھینچا جاسکتا ہے۔ کندہ کی گہرائی ہر ایک کونے پر اُس کے مقامی پیمانہ  
سے حاصل ہو جائیگی اور کندہ کا منظرہ مکمل ہو جائیگا۔

یہاں یہ امر قابل غور ہے کہ تصویر مستوی کے سامنے ہونے سے خط کا  
مقامی پیمانہ تصویر کے پورے پیمانہ سے بڑا ہے۔

## عام باتیں

کسی شے کا منظرہ حاصل کرنے کے لیے متعدد طریقے ہم اوپر بیان کر چکے ہیں  
نقشہ نویس کو اس امر کا تصفیہ کرنا ہوگا کہ ہر خاص صورت کے لیے اس کو آسان ترین  
طریقہ کو نسا اختیار کرنا چاہیے جس سے مربع نما تقاطع ملے اور خطوط کی اقل شبہ  
کھینچنا پڑے۔

یہ بھی ظاہر ہے کہ سوالات میں ہمیشہ شے کا خطِ نظر کے ایک جانب  
دوسری جانب ہونا دیا جائیگا لیکن قدرتی منظر میں مشابہ سیدھا اس کی طرف دیکھیگا۔



لہذا قدرتی منظر حاصل کرنے کے لیے کسی کو شے کے مرکز میں سے گزرنے والے انقباضی خط میں ہونا چاہیے۔ انسان کی آنکھ سیدھا ۹۰° سے بڑے زاویہ کا منظر نہیں دیکھ سکتی اس لیے تصویر کو اس طرح مرتب کرنا چاہیے کہ مرکزی خط، نظر کے ہر جانب ۳۰° کے زاویہ میں آجائے۔ اگر اس سے زیادہ زاویہ میں تصویر لی جائے تو منظرہ بگڑ جاتا ہے اور قدرتی نہیں رہتا اس کا ثبوت بعض دفعہ عماراتی عکسی تصویروں سے ملتا ہے جو ایسے عکسوں سے کھینچی جاتی ہیں جس کے عکس کا زاویہ بہت بڑا ہوتا ہے۔

## قدرتی منظر کا منظرہ کھینچنا

کسی مقام کا منظرہ قدرتی منظر کو دیکھ کر کھینچنا ہو تو چونکہ پیمائشات کرنا ناممکن ہوتا ہے اس لیے منظرہ کے قاعدوں سے اس کی صحیح تصویر نہیں کھینچی جاسکتی لیکن طالب علم کو اب تک تصویر کشی کے متعلق عام معلومات جتنے بھی حاصل ہو چکے ہیں وہ اب بہت مفید ثابت ہونگے۔ تصویر کو شروع کرنے سے پہلے طالب علم کو چاہیے کہ کاغذ پر افقی خط 'ا' کا مقام دریافت کر لے اور تمام دیگر تفصیلات اس کے حوالہ سے لینے ہونگے۔ مثلاً فرض کرو کہ ایک بڑی عمارت طالب علم کی نظر کے سامنے ہے۔ اس کو چاہیے کہ قریب ترین انقباضی کوٹے کو احتیاط کے ساتھ 'ا' کے اوپر یا نیچے یا اس کا کچھ حصہ 'ا' سے نیچے لے کر عمدہ طور پر کسی پیمانہ کے مطابق کھینچ لے۔ اور بعد کے جملہ خطوط اس منتخبہ ٹاپ کے لحاظ سے ان کے فاصلوں کے تناسب سے لے جاسکتے ہیں۔

پھر عمارت کے کسی جانب دو نمایاں افقی خطوط کو لے کر اوچل کرنا ہوگا۔ چونکہ یہ معلوم ہے کہ ان خطوط کو 'ا' میں تقاض ہونا چاہیے لہذا 'ا' کے مقام کے انتخاب کی اس طرح جانچ بھی ہو جائیگی۔ 'ا' کو جب ایک دفعہ کسی مقام پر لے جائے تو دیگر تمام افقی خطوط اور نیز وہ خطوط جو اس کے اوپر یا نیچے دل ہوں یا اوپر یا نیچے کسی سمت میں مائل ہوں، 'ا' میں اوچل ہو گئے۔ جون جون تصویر کے بیرونی خطوط حاصل ہونے لگیں گے بعد کی عملی باتیں خود بخود ذہن میں آئیں گی بشرطیکہ طالب علم یہ جانتا ہو کہ پیمائشات کا لینا ممکن ہونے کی صورت میں اس کو



کیا طریقہ کار اختیار کرنا ہوتا۔ نقطوں اور پیانوں کا مہارت کے ساتھ اندازہ کرتے ہوئے عمل کو باقاعدہ جاری رکھنا چاہیے۔ اور تمام ایسی تصویروں میں جن میں کسی جسامت کی عاریتی چیزیں ہوں، طالب علم کو بیرونی خطوط کے حاصل کرنے میں مسطر کا استعمال ناگزیر ہے۔

انسانی جسم کی نقشہ کشی میں اگر طالب علم یہ تصور کرے کہ شکل کے اہم نقطے خطوط مستقیم سے ملے ہوئے ہیں تو بڑی مدد ملتی ہے۔ مثلاً ریڑھ کی ہڈی کندھوں اور دان کے خطوط کے ساتھ مربع شکل بناتی ہے۔ پاؤں ان مستویوں سے جو پٹھوں کے جوڑوں میں سے گزرتے ہیں اُسی طرح ملے ہوئے ہیں جس طرح بازو خاص مستویوں سے ملے ہوئے ہوتے ہیں۔ انسانی ڈھانچہ کا منظرہ خاکہ پہلے بنایا جائے اور پھر سراور دیگر اعضاء اس پر کھینچے جائیں۔ جسم کو افقی دائرے یا بیضیوں میں تقسیم کیا جاسکتا ہے اور ان کے اندر اہم خصوصیات بنائے جاسکتے ہیں۔ مثلاً سینہ کی بیضی شکل، آخ کے اوپر اس طرح کھینچی جائے جیسی کہ وہ نظر آتی ہے۔ دیگر نقطے جواخ کے نیچے اور قریب تر ہوں اور کمر کا دائرہ اور پٹھوں کی بیضی، منحنیاں وغیرہ جو شاید آخ کے نیچے اور دوسری جانب ہو گئے اسی طرح کھینچے جائیں۔ ممکن ہے کہ ان سب چیزوں کو حقیقت میں بتانا پڑے مگر تصویر بنانے میں ان کل باتوں کو پیش نظر رکھنا ضروری ہے۔ تصویر کی توجہ کی جائے تو بڑی ہونی چاہیے (مثلاً میز کا ایک پایہ ہوا میں تعلق رکھتا ہو وغیرہ) جو ہتھکڑیوں کی شوق کا افسوس ناک نتیجہ ہوا کرتی ہیں ابھی طرح کھینچی جاسکتی ہیں۔ اور یہ سب کہ تمام خطوط کہاں کھینچے جانے چاہئیں انکے کی مدد سے نقشہ کشی میں غلطی یا لینان کا باعث ہوا کرتا ہے۔

ایسی تصویر میں جہاں متعدد شکلیں بناتی ہوں یہ جاننا بہت کارآمد ہوتا ہے کہ اگر ایسی تمام شکلیں ایک ہی افقی مستوی پر اور ایک ہی جسامت کی ہوں اور آخ ان میں سے کسی ایک شخص کے سر یا سینہ میں سے گزرے تو یہی آخ دیگر تمام اشخاص کے سر اور سینے میں سے گزرے گا۔ اس قاعدہ کو پیش نظر رکھا جائے تو مختلف جسامت کی شکلوں کے لیے بہت جلد یہ سمجھ میں آجاتا ہے کہ کہاں سے آخ کو گزرنا چاہیے اور ان کو افقی یا نیچے مستویوں پر کی شکلوں سے بڑا یا چھوٹا کھینچا جاسکتا ہے۔

امتحان کے سوالات میں بھی جو عموماً مختصر ہوا کرتے ہیں (مثلاً پانی کا







پیل پائیوں (Abutments) کا عرض ۵ فٹ اور محرابوں کا عرض ۳۰ فٹ ہے۔ تصویری مستوی کے ساتھ شرک ۳۰ کا زاویہ بناتی ہے۔ قریب ترین کونا خطِ نظر کی داہنی جانب ۲۰ فٹ پر ہے اور زمینی مستوی، افقی مستوی سے ۶۰ فٹ نیچے ہے۔ پیمانہ  $\frac{1}{32}$  (پلیٹ ۴۰ - شکل ۷۱)۔

دی ہوئی شرائط کے مطابق ایک سطحی نقشہ اور رُوکار کھینچو اور ایک محراب کا درمیانی نقطہ دریافت کر لو۔ رُوکار میں ایک خطِ پ میں سے ایسا کھینچو جو قاعدہ کے متوازی اور محرابوں کے اوپر کے حصہ کو مس کرے اور کھلے ہوئے عمودہ حصوں کو لے اندر گت میں قطع کرے۔ حرکتِ اندر وادگ کو ملاؤ اندر گت اور رخ میں سے جہاں پر کہ یہ وتر محراب کو قطع کرتے ہیں ایک دوسرا خط قاعدہ کے متوازی کھینچو۔ ہم کو اب منحنی کے پانچ نقطے آ، ب، ج، د اور ۲ حاصل ہو چکے ہیں اس لیے منحنی کا منظرہ کھینچ لیا جاسکتا ہے۔

کونا ۱ تصویری مستوی میں ہونے کی وجہ سے اُس کا منظرہ ہم کو منحنی پر ایک عمود کھینچنے سے جو اس کو او میں قطع کرے مل جائیگا۔ ج اور ۲ پر اس کو او چل کر دے۔ او میں سے گزرنے والے عمود پر چٹائی کی بلندی کو جو ۲۰ فٹ ہے ماپ کر لے لو۔ د کو اس طرح حاصل کر کے ج، ب، ج پر او چل کر دو۔ بیرونی خاکہ آگے آئی تک شعاعوں کو ہر ضروری نقطہ سے کھینچنے سے مکمل ہو جائیگا بشرطیکہ ہم جہاں یہ شعاعیں رخ کو قطع کرتی ہیں وہاں سے رخ پر عمودوں کو کھینچیں۔

اب ہم صرف ایک محراب کی صورت حال پر غور کریں گے۔ دوسری کا عمل بالکل اسی طرح کا ہوگا۔ د پر ارد، وق، لب، علی الترتیب آ، ب، ج اور ۲ کے مساوی ماپ کر لے لو اور ج، ب پر او چل کر دو۔ اس طرح ہم کو لے گت اور حرکت کے منظرے حاصل ہو جائیں گے۔ مل اور مگ کو ملاؤ اس طرح کہ



ق ح کو ک اور ج میں قطع کرے۔ مذکورہ بالا پانچ نقطوں کے منظرے ایک 'م' ج 'م' اب ہم کو حاصل ہو گئے ہیں لہذا ہم ایک متغنی ان میں سے کھینچ سکتے ہیں۔ محراب کا اندرونی حصہ بنانے کے لیے نقطہ ف کو ج پر اوچھل کیا جاتا ہے۔ اندرونی نصف دائرہ اس منظرہ میں نظر نہیں آ سکتا۔ اگر نظر آتا ہوتا تو نقطہ مذکورہ بالا طریقہ کے مطابق سطحی نقشہ کی دوسری جانب کے نقطہ لے کر حاصل کر لیے جاتے۔

## منظرہ میں سائے

نور کی متوازی شعاعوں کی سمت اور ان کا میلان (جو ان میں سے کسی ایک کے سطحی نقشے اور رُوکار سے معلوم ہو جاتا ہے) پندرہویں باب میں بتائے ہوئے طریقوں سے سایوں کی دریافت کے لیے کافی ہوتا ہے۔ لیکن جب کسی شے کا سایہ منظرہ میں مطلوب ہو تو متوازی شعاعوں کے اوچھل نقطوں کو سورج کے مرکز کا ظل تصور کرنا ہوگا۔ حسب ذیل طریقہ سے شعاعوں کی سمت یا میلان کو دریافت کرنے سے یا سورج کے ارتفاع اور سمت (Azimuth) سے یہ معلوم ہو جاتا ہے (پلیٹ (۲۰) شکل ۷)۔

ا خ پر ایک زاویہ ج ذت بناؤ جو دیے ہوئے سمت و کے مساوی ہو۔ ا خ کے علی القوام ج میں سے ایک خط کھینچا جائے تو یہ شعاع کے متوازی اتصالی مستویوں کا اوچھل خط ہوگا۔ ج ل کو ج ذ کے مساوی اور ل پر ارتفاع کے مساوی زاویہ ط بناؤ۔ خط ذ ج عمود کو متب ج میں قطع کرتا ہے جو مطلوبہ اوچھل نقطہ ہوگا۔ اگر نقطہ قیام سورج اور تصویری مستوی کے درمیان واقع ہو تو ج ا خ کے نیچے واقع ہوگا اور سایہ مشاہد سے پرے پڑا ہوا ہوگا۔ لیکن اگر مشاہد اور سورج کے درمیان تصویری مستوی واقع ہو تو ج خط ا خ کے اوپر واقع ہوگا اور سایہ مشاہد کی طرف بنیگا۔

ایک مستوی ہر ہر کے کسی نقطہ کا سایہ 'ہر اور ایک دوسرے مستوی (جس میں سایہ پیدا کرنے والی نور کی شعاع واقع ہوتی ہے) کے تقاطع میں واقع



ہوگا۔ لہذا ظاہر ہے کہ اس نقطہ میں سے ایک خط کو کھینچ کر میرے نور میں سے خواہ وہ کچھ ہی ہوا، اس خط کے متوازی ایک اور خط کھینچا جائے تو نقطہ کا سایہ ان دونوں متوازی خطوط کے درمیان ہوگا اور سایہ جس پر بنیگا اُس مستوی کے تقاطع میں واقع ہوگا۔ ان متوازی خطوط کو بھی اگر تصویری مستوی کے متوازی فرض کر لیا جائے تو عمل اُدا ہوتا ہے اور جب سایہ والا مستوی افقی ہو یا تصویری مستوی کے علی القیاس ہو اور سورج عین سایہ کے سامنے درجیا کہ موجودہ مثال میں بتایا گیا ہے) تو چونکہ 'ع' 'ا' 'خ' میں غیر محدود و نامتناہی ہوتا ہے مگر سورج میں سے گزرنے والے عمود کے نیچے سرے کو ہونا چاہیے واقع ہے اس لیے 'ع' اس مستوی اور سورج میں سے کھینچے ہوئے عمودی مستوی کے تقاطع پر ہوگا پینٹ (۴۰) شکل میں پر غور کرو جو چند سیڑھیوں کے منظرہ کو تعبیر کرتی ہے۔ اگر کوئی اب کو ہم کسی انتصابی خط کی جو ایک افقی مستوی پر کھڑا ہوا ہے عام مثال تصور کریں جہاں 'ع' شعاع کے سطحی نقشہ کا اور 'ع' خود شعاع کا اوچل نقطہ ہو تو اسے شعاع کی تصویر 'ا' 'ع' ہوگی اور 'ب' 'ع' ایک عمودی مستوی کے ساتھ جس میں شعاع واقع ہوگی اُس مستوی کے تقاطع کی تصویر ہوگا جس پر 'ب' واقع ہے یا مستوی پر 'ب' سے بنایا ہوا سایہ ہوگا۔ لہذا حصہ ب میں جو دونوں خطوط ملنے کے مقام تک ہوگا اُس مستوی پر جو 'ب' سے گزرتا ہے خط 'ب' کا سایہ ہوگا۔ اور اس مستوی پر 'ا' کا سایہ اس ہوگا۔

کسی دوسرے نقطہ مثلاً ج کا سایہ اسی طرح دریافت کیا جاسکتا ہے۔ ج 'ع' اور 'د' جب متقاطع ہونگے تو نقطہ میں حاصل ہو جائیگا۔ لیکن ہم کو یہ معلوم ہے کہ افقی خط 'ا' کا سایہ کسی افقی مستوی پر 'ا' کے متوازی ہوا کرتا ہے لہذا اس کی تصویر 'ع' پر اوچل ہوگی جو 'ا' کا اوچل نقطہ ہے، اور 'ی' سے شعاع کی تصویر کو قطع کرنے کے لیے 'ع' میں کو بڑھایا جائے تو 'ی' 'ا' کی تصویر ہوگی۔ انتصابی خطی 'ف' کی تصویر 'ع' پر اسی طرح اوچل ہوگی جس طرح کہ



اب کی ج و پر ہوئی تھی، لہذا ف میں سے گزرنے والی شعاع کو قطع کرنے کے لیے اس کو کھینچا جاسکتا ہے یعنی گ ف کا جس میں وہ واقع ہے سایہ کھینچا جاسکتا ہے اور یہی عمل نیچے تک کیا جاسکتا ہے۔

۱ میں سے گزرنے والی میٹرھیوں کے عقبی خط کا سایہ، خود خط کے متوازی ہوگا۔ اور س سے ع کو اوجھل ہوگا۔ اس طرح زمین پر کے سایہ کی تکمیل ہو چکی۔

یہ سب ایک مستوی پر عمل کیا گیا ہے لیکن اسی عمل سے چند میٹرھیوں کا دیگر سایہ بھی حاصل ہو جائیگا۔ مثلاً اوپر سے دوسری میٹرھی کے مستوی پر کے ک کا سایہ ن پر ہوگا جہاں ک ع اور ع ملتے ہیں اور ک پ کا یا اس میں کے حصہ ک و کا سایہ ع پر اوجھل ہوگا۔ جس جگہ کہ یہ رافسہ (Rise) کے نیچے حصہ کو قطع کرتا ہے وہ ممکن سایہ کی انتہا ہوگی جس کو ک کے ساتھ ملا دینا چاہیے۔

اسی طرح کا قمل دوسری میٹرھی کے لیے بھی کیا جاسکتا ہے۔ نقطہ پ کا سایہ اس کے مستوی پر، ق پر ہے اور اسی طریقہ سے میٹرھی پر اس کا حقیقی سایہ حاصل ہو سکتا ہے۔ علیٰ ہذا القیاس چوتھی میٹرھی کے لیے اس کے مستوی کا سایہ نقطہ لا پر ہے اور ع ل سے اس میٹرھی پر سایہ حاصل ہو جاتا ہے جس کا کچھ حصہ نقطہ دار خط سے بتایا گیا ہے، اس کی وجہ یہ ہے کہ اس کے لیے ک و سے زیادہ لمبا خط درکار ہے۔

نیچے سے شروع کر دو سر د کا سایہ ع تک جاتا ہے حتیٰ کہ وہ انتہائی رافسہ (Rise) سے مل جاتا ہے جس پر وہ خود عمود ہے۔ بعد کی میٹرھی پر وہ ع تک جاتا ہے وغیرہ وغیرہ یہاں تک کہ وہ اس سایہ کو قطع کرتا ہے جو اوپر سے خلع کی تصویر میں و سے و ع تک نیچے لایا گیا تھا۔ اوپر کی خال میں کل سایے یا تو افقی مستویوں میں تھے یا عمودی مستویوں میں، اب ایک ایسی مثال پر غور کرو (شکل نمبر ۱) جہاں کہ دیواروں اب ج و اد اب سمان کا سایہ دو مکانات کی دیواروں اور چھتوں پر



جن کا صرف کچھ حصہ بتایا گیا ہے، پڑتا ہے۔ فرض کرو کہ 'ع' شعل کے اور 'ع' مکافوں کے اور 'ع' دیواروں کے اوچل نقطہ ہیں۔  
 سب سے پہلے گونا گونا گونے پر مکان کی اولیتوں کی بلندی کے مساوی بلندی پر ایک نقطہ 'ی' ہم کو حاصل کرنا ہوگا۔ تب 'ا' اور 'ی' سے 'س' حاصل ہو جائیگا جو اولتی کی سطحی بلندی پر افقی مستوی میں اکا سایہ ہوگا اور فگ ک نصف چھت کی تراش ہوگی جو شعل میں سنگڑنے والے عمودی مستوی سے بنائی جائیگی۔ لہذا اس اور فگ ک کا تقاطع نقطہ 'پ' کو دیگا جو چھت پر اکا سایہ ہوگا اور 'پ' 'ف' 'ا' ب کے کچھ حصہ کا یعنی 'ای' کا چھت پر سایہ ہوگا باقی حصہ 'ف' 'ل' 'ب' دیوار اور زمین پر ہوگا۔

دیوار کے اوپر کے حصہ 'ا' 'د' کا سایہ، 'ا' 'د' کے متوازی ہوگا لہذا 'ع' 'س' 'م' اولتی کے مستوی پر اس کی تصویر ہوگا اور چھت پر کا سایہ 'پ' 'م' ہوگا۔ اس کو دیوار پر دریافت کرنے کے لیے زمین پر دریافت کرنا ضروری ہے۔ لہذا 'د' 'ع' اور 'ج' 'ع' سے نقطہ و حاصل ہو جائیگا جو زمین پر 'د' کا سایہ ہے۔ اور 'ع' 'و' کی تصویر ہوگی جس کو 'ق' سے آگے بڑھانے سے زمین پر کا سایہ حاصل ہوگا اور 'م' 'ق' دیوار پر کا سایہ ہوگا۔

مثال میں دوسری مثال چھت پر جو سایہ بتایا گیا ہے وہ بھی اسی طریقہ سے حاصل ہو سکتا ہے۔ طالب علم کو یہ بات یاد رکھنی چاہیے کہ تمام ایسے سایے جو انتصابی خطوط سے یکساں دھلاؤ کی چھتوں پر پڑتے ہیں، ہمیشہ متوازی ہوتے ہیں اور اس لیے ایک ہی نقطہ پر اوچل بھی ہونگے۔ اس سے سایے کھینچنے میں اکثر اوقات بڑی مدد ملتی ہے۔

آخر میں مثال کے طود پر ہم ایک مدرسہ کا نقشہ جو حسب ذیل ہے کھینچ کر دکھائیے۔

مسئلہ عملی ۳۷۶۔ ایک مدرسہ کے مکان کا سطحی نقشہ اور نوکار ۱۱ کے پیمانہ پر دیا ہوا ہے۔ اس کا منظرہ الخ کو



پہاڑ پر کھینچ جب کہ تصویر کا فاصلہ ۲۰ فٹ ہو۔ سرخ کے  
 اوپر ا خ کی بلندی ۱ فٹ کی ہے اور قریب ترین کونا ۱  
 تصویر کی مستوی میں ہے۔ رُخ ا ہ، ا خ کے ساتھ ۳ کا  
 زاویہ بناتا ہے۔ عمارت پر کے اور زمین پر کے سلیے بھی  
 بتاؤ، ع ا ہ ع کو شعاع کے اوچل نقطے فرض کیا جائے۔  
 (پلیٹ (۳۱) - شکل ۱)۔

ا خ کو کھینچ کر س کے مقام کا تعین کر لو۔ پھر ا خ کو ۶ فٹ کے پیمانہ سے  
 ع س کو ۲۰ فٹ کے مساوی ناپ کر لے لو۔ اور اوچل نقطے اور پیمائشی نقطے  
 ع ا ہ، ع ا ہ اور ہ دریافت کرو۔ عمارت کے خاکے کا سطحی نقشہ ۶ فٹ = ا خ  
 کے پیمانہ پر باریک خطوط سے اس میں کھینچ لو۔ قریب ترین کونے کو "س" پر رکھ کر  
 مسٹر کو "ا" سے اس کے دیکھ کونوں پر رکھتے ہوئے "نظری شعاعوں کے  
 ا خ کے ساتھ تقاطع کو مدغم طور پر نشان کر لو۔ مکان کے عمودی کونے ان نقطوں  
 میں سے گزرنے والے ا خ کے عمودوں میں واقع ہونگے، چونکہ یہ بہت صحیح  
 کھینچے گئے ہیں لہذا بعد کا تمام کام ان کے درمیان واقع ہونے کی وجہ سے زیادہ  
 غلط نہیں ہو سکتا۔

س سے نیچے، فاصلہ اور اوپر ۵ فٹ کا فاصلہ ناپ کر لے لو۔ یہ دیوار  
 کے خطے اور اوپر کے کناروں کی تعبیر ہوگی۔ اور س سے اوپر ۱۲ فٹ کا فاصلہ  
 کھینچنے کی چوٹی کو تعبیر کریگا اور ان نقطوں سے خطوط کو ع ا ہ تک اوچل  
 کرنے سے دونوں کینٹے (Gables) کے تینوں کونے ان اتصالی خطوں پر  
 جو پہلے سے نشان کر لیے گئے ہیں مل جاتے ہیں۔ ان کو پھر اندرونی جانب اوچل  
 کرتے سے عمارت کی چٹائی کی اولتیاں (Eaves) اور مگرایں (Ridges)



حاصل ہو جائیگی۔ سطحی نقشہ میں گائیوں کے طے کو ضیف بلور پر نشان کیا جائے اور نظری شعاع کوئی تک کھینچ کر تقسیم یہ میں ان کے طے کی جانچ کر لی جائے۔ اب بیرونی اصلی خالہ صبیحہ پر ہم کو حاصل ہو جائیگا اور تفصیلات کو اندر کھینچنے سے ان کے تخالف سے زیادہ نمایاں بننے جائیگا۔

ایک دوسرا طریقہ یہ ہے جس میں سرخ استعمال کیا جاتا ہے۔ بائیں ہاتھ کی جانب کے کینٹے کے ۱۰ نوں کو ۱ سے ۱۶ اور ۲۹ فٹ پر ہیں اس لیے ان فاصلوں کو سرخ پر اری بائیں جانب ناپ کر لے لو اور ان سے عم کی طرف اس طرح اوہل کرو کہ ۱۸ کو مطلوبہ نقطوں میں قطع کرے جن سے زمین پر کینٹے کے کوئے مل جائیگے ان نقطوں میں سے عمود کھینچ جاسکتے ہیں۔

اسی طرح سرخ پر ایک نقطہ جو ۱ سے ۲۲ فٹ پر یا دوسرے دونوں نقطوں کے درمیان ہو کینٹے کی مگری (Ridge) دیگا اور پہلے کی طرح ان تینوں نقطوں میں سے عمود کھینچ کر مناسب بلندیاں ناپ کر لی جاسکتی ہیں۔ بالکل اسی طرح دوسرا کینٹا کوئی اور نقطہ اندر کھینچ لیا جاسکتا ہے۔

بعد کا حصہ جس کو اندر کھینچنا ہو چیمت ہے اور بہتر یہ ہے کہ اس کو بالکل اسی طرح کھینچا جائے جس طرح کہ چٹائی (Masonry) کھینچی گئی تھی۔ یعنی سطحی نقشے میں چیمت کے کونوں کو پہلے حاصل کر لیا جائے اور نظری شعاعوں کو نیچے لاکر ان عمودوں کو صبیحہ لینا چاہیے جن میں کوئے واقع ہیں۔

ان عمودوں پر بلندیوں کو لینا ہو تو حسب ذیل طریقہ اختیار کیا جائے:- مگری (Ridge) کے خطوط اور مگری (Ridge) کی تصویر کے (جو پہلے دریافت کر لی گئی ہے) تقاطع سے مگری کے نقطے حاصل ہوں گے۔ اور متعدد چھوٹے چھوٹے سوالات میں چٹائی (Masonry) کے کناروں کے متوازی ان کے کناروں کو کھینچنا کافی ہوگا۔ لیکن اس تصویر میں چونکہ تصویری مستوی سے قریب ہوں یا دور ہوں تو خطوط کے جوڑے متوازی نہیں رہتے لہذا ان کو صحیح طور پر کھینچنا ضروری ہے۔ اس کا آسان ترین طریقہ یہ ہے کہ دونوں کینٹوں کے چیمت کے کناروں کے سطحی نقشوں کے خطوط کو تصویری مستوی تک



خارج کرنا چاہیے۔ اور ان نقطوں پر ا خ کے اوپر ۴ فٹ کی پوری بلندی لے کر ع اور ع پر او جھل کرنا چاہیے۔ باقی دونوں رخ کے اندرونی خطوط کو پھر اس طرح او جھل کیا جاسکتا ہے کہ مکرر داخلی کوئے پر ملیں۔  
کل مجزوی تفصیلات اب یا تو سطحی نقشہ سے یا پیمائشی نقطوں سے بھری جاسکتی ہیں۔

جس مینار میں گھنٹہ لگا ہوا ہو اس کو سطحی نقشہ کی مدد سے اچھی طرح کھینچا جاسکتا ہے۔ اس کا طریقہ چھت کے سلسلہ میں بیان ہو چکا ہے یعنی نظری شعاعوں کے عمودوں کو پہلے کھینچ لینا چاہیے اور پھر سطحی نقشہ کے خطوط کو اتنا خارج کرنا چاہیے کہ وہ تصویری مستوی سے جا ملیں۔ بلند یوں کو پورے پیمانہ پر ناپ کر لینا ہوگا۔ لیکن مقامی پیمانوں کے استعمال سے بھی یہ عمل کیا جاسکتا ہے۔

ہم کو پہلے پورے مینار کا (جس پر گھنٹہ لگایا جاتا ہے) مقام، مکان کے نقشہ میں جو کھینچا جا چکا ہے، متعین کرنے کے لیے، سطحی نقشہ سے، قریب ترین ستون کے قریب ترین کونے کے استقامی خط کو، نیچے لانا ہوگا اور اس کو تصویر میں ج پر چٹائی کے اولی خط پر قائم کرنا ہوگا۔ پھر ج سے ایک خط اس کے نیچے، زمین پر کھینچنا ہوگا جس پر او جھل پیمانہ کھینچا جائیگا۔ اور اس نقطہ سے ا خ کے متوازی ایک خط او جھل پیمانہ کی طرف کھینچو جس پر نقطہ ج کے لیے پیمانہ ہوگا اور کل مجزوی چیزیں ٹھیک اسی طرح اس میں کھینچ لی جاسکتی ہیں جس طرح کہ اصلی عمارت کی صورت میں کھینچ لی گئی تھیں۔ پلیٹ میں یہ کل جزئیات بتائے گئے ہیں لیکن پھر ان کو یہاں دوہرانا طول اہل ہوگا۔

عمارت پر اور زمین پر پڑنے والے سایے ایسی شعاعوں کے ذریعہ بتائے گئے ہیں جو ع فنی پر او جھل ہوتے ہیں۔ یہ عمل بھی ٹھیک اسی طرح کا ہے جیسا کہ میر لہیوں اور مکان کے سلسلہ میں بتایا گیا ہے لیکن عمل کے خطوط اس لیے نہیں بتائے گئے کہ شکل زیادہ پیچیدہ نہ ہو جائے۔ طالب علم کو پورا عمل کر کے شکل کی صحت کو جانچ لینا چاہیے۔ ع اور ع کے مقاموں کو بدلنے سے



اس سوال کو غیر محدود صورتوں میں حل کرنے کے لیے دیا جاسکتا ہے۔

## مشقی سوالات

یادداشت — ایسی تمام صورتوں میں جہاں ٹھیک شرائط نہ دیے گئے ہوں یہ فرض کرو کہ آنکھ تصویری مستوی سے کسی پیمانہ پر ۱۲ فٹ کے فاصلہ پر ہے اور زمینی خط سے ۵ فٹ اوپر ہے۔

(۱) ایک دائرہ جس کا نصف قطر ۳ فٹ ہے تصویری مستوی کو مشاہد کی بائیں جانب ایک فٹ کے فاصلہ پر کھینچا گیا ہے۔ ایک مسدسی مخروط مضلع (قاعدہ کے کنارے ۲ فٹ، بلندی ۶ فٹ) اس دائرہ کے مرکز میں کھینچا گیا ہے۔ اس کے دو ضلعے تصویری مستوی کے علی القوائم ہیں۔ پیمانہ  $\frac{1}{12}$ ۔

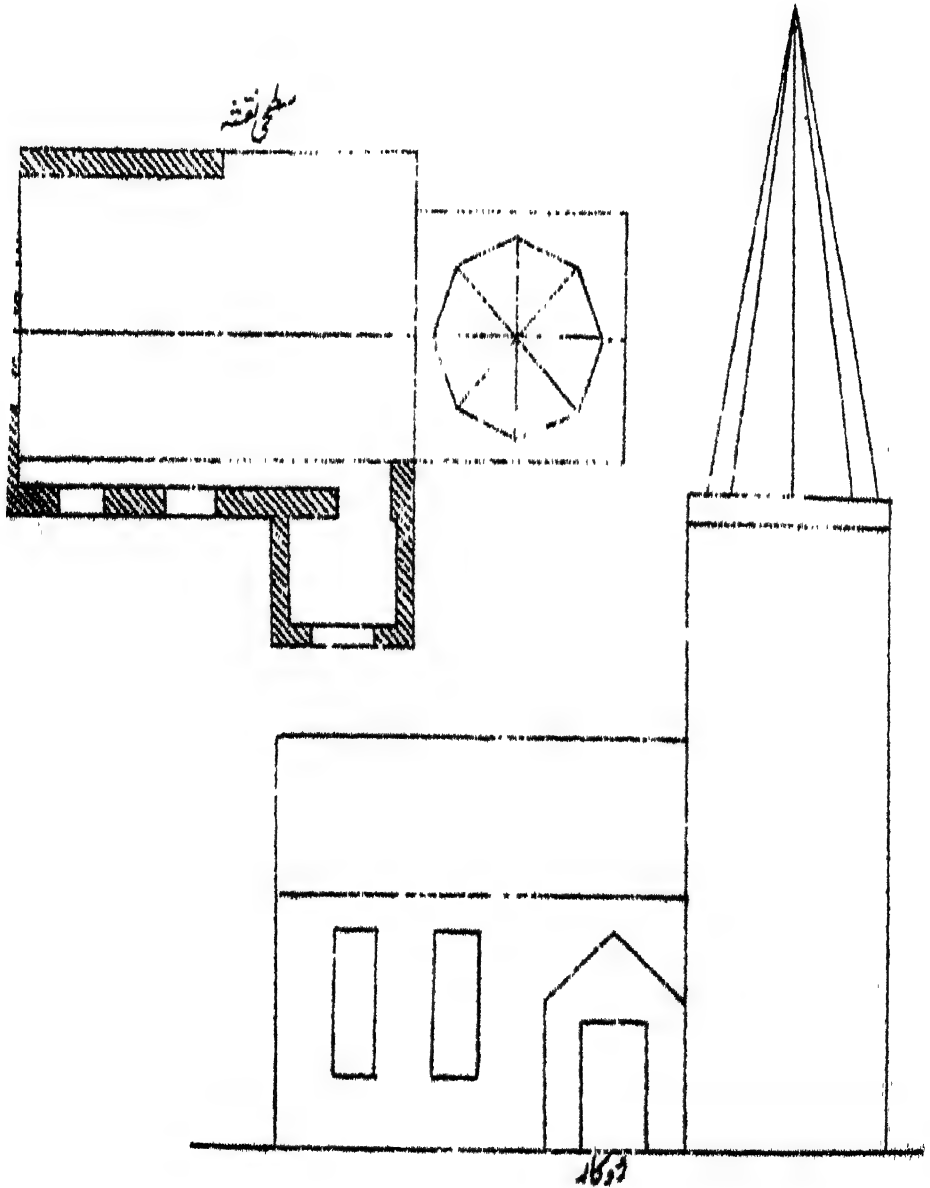
(۲) دو مربع منشور زمینی مستوی پر کھڑے ہوئے ہیں۔ ہر ایک منشور کے محور اور دو رخ انتصابی مستوی میں ہیں اور داہنی جانب ۲۵ فٹ ہوئے ہیں۔ ہر ایک منشور ۶ فٹ اونچا ہے اور ہر ایک کے قاعدہ کا ضلع ۲ فٹ کا ہے۔ دونوں کے درمیان فاصلہ ۶ فٹ کا ہے۔ قریب ترین مجسمہ کا قریب ترین نقطہ زمینی مستوی پر ۱ فٹ بائیں جانب اور تصویری مستوی کے تین فٹ اندر ہے۔ ان کے اوپر اور دونوں کے سرے سے ایک فٹ باہر نکلا ہوا ایک تیسرا منشور لکھا ہوا ہے جو ۱۲ فٹ لمبا ہے اور جس کا قاعدہ مربع ہے۔ اس کا ہر ایک ضلع ۲ فٹ کا ہے۔ اس کا محور دونوں منشوروں کے محوروں کے مستوی میں واقع ہے۔ پیمانہ  $\frac{1}{12}$ ۔

(۳) ذیل میں جس چیز کے سطحی نقشہ اور روکار کا خاکہ دیا گیا ہے اس کا منظرہ دی ہوئی شرائط کے مطابق کھینچو۔ ضلع اب کو تصویری مستوی سے قریب ترین اور اس سے ۲۵ فٹ بائیں ہوتا چاہیے۔ نقطہ ۱ اس عمود سے ۱۰ فٹ بائیں جانب ہونا چاہیے جو نقطہ نظر سے تصویری مستوی پر کھینچا گیا ہے۔ نقطہ قیام تصویری مستوی سے ۳۰ فٹ پر اور زمین سے ۵ فٹ بلند ہونا چاہیے۔ پیمانہ  $\frac{1}{12}$ ۔















# اصطلاحات

## نقشه کشی حصه دوم

انگریزی	اردو	انگریزی	اردو
<b>A</b>			
Adjacent edges	متصل اضلاع	Conventional exaggeration	قرارداده مبالغہ
Architectural drawings	عماریاتی نقشے	Conventional ray	قراردادہ شعاع
Auxiliary elevation	سادنی نوکار	Corresponding points	متناظر نقطے
Auxiliary planes	امدادی مستویات	<b>D</b>	
Axial pitch	محوری گھائی	Development	گشاد
<b>C</b>		Diminution	تصغیر (مترجم)
Chord	وتر	Distortion	ایستغناء
Circle of contact	دائرۂ تماس	Divisional lines	تقسیمی خطوط
Concavity	تقعر	Dome	گنبد
Conical helix	مخروطی مرغولہ	<b>E</b>	
Conjugate diameter	زوجی قطر - مزدوج قطر (متحرک)	Eave	اولتی
Contours	ہم ارتفاعی خطوط	Elevation	نوکار
		Ellipse	شکل ناقص / قطع ناقص



انگریزی	اردو	انگریزی	اردو
Extreme points	محدود نقطے انتہائی نقطے	Interpenetration of solids	محسوسات کا باہمی وتھول
F		Intersecting solid	مستقاطع جسم
Finder	یابندہ	Intersection	تقاطع
Finite lines	محدود خطوط	Isometric	ہم پیمائش
Footling	کندہ (مترجم)	L	
G		Landscapes	مناظر (مترجم)
Gables	کنستے	Limiting points	محدود نقطے
Generating point	تکوینی نقطہ	Line of sight	خط نظر
Generators	خطوط تکوین (مترجم)	M	
Generatrix	تکوینی خط خط تکوین	Measuring point	پیمائشی نقطہ
Ground line	ارضی خط	N	
Ground plane	زمینی مستوی	Niche	طاق
H		O	
Helical curve	مرغولی منحنی	Object	شخص
Helicoidal	مرغولہ نما	Octahedron	ہشت سطحی
Helix	مرغولہ	Orthographic projection	قائم الظلیل
Hexagonal pyramid	مسدی ہرم	P	
Horizontal trace	افقی چربہ	Perimeter	محیر
I		Perspective	منظرہ
Impression	ارتسام	Picture plane	تصویری مستوی
Indefinite perspective	غیر محدود منظر	Plane	مستوی
Index	قوت نما	Plane of projection	تظلیلی مستوی
		Point of sight	نقطہ نظر



انگریزی	اردو	انگریزی	اردو
Polyhedron	کثیر السطوح - کثیر سطحی	Spoke	اڑا
Porch	پیش خانہ - پیش گاہ	Spring	کمانی
Projection	تظیل - اظلال	Springing	جست
Projection of solids	محکمات کی تظیل	Station point	نقطہ قیام - مقامی نقطہ
Projector	محکماتی تظیل (مکتبہ)	Straining frame	ٹٹاؤ چوکھا (مترجم)
Pyramid	خط تظیل (مکتبہ)		
	محروط مقلع	T	
R		Tangent plane	ماسی مستوی
Real inclination		Tangent ray	ماسی شعاع
(true inclination)	حقیقی میلان	Tetrahedron	چوسطحی - ذواربہ السطوح
Re-entering corners	متداخل کونے	Theoretical shape	نظری شکل
Ridge	مکری	Thread	چوڑی
Right cone	قائم مخروط	Tone	رنگ (مکتبہ)
Rise	چٹکا - رافہ	Trace	جزبہ - چربہ - آمارنا
Rotundity	گولائی (مترجم)	Tread	قدم گاہ
		Truncated cone	کٹواں مخروط
		V	
S		Vanishing line	اوجھل خط
Secant	قاطع	Vanishing points	اوجھل نقطے
Sector	قطاع - قطاع دائرہ	Vertical	انصبابی
Semi-cylinder	نصف استوانہ	Vertical trace	انصبابی جزبہ
Solid	مجسمہ - مجسم	Visual rays	مرئی شاخیں
Solid polyhedron	محکماتی کثیر السطوح		نظری شعاعیں
Spectator	مشاہد		
Spherical	کروی	W	
Spheroidal	کڑوا	Wash	شوب







# اعلام ناما

## نقشہ کشی حصہ دوم

صحیح	غلط	۴	۵	صحیح	غلط	۴	۵
ج	ج	۶	۲۶۵	کھینچا	کھینچا	۱۰	۲۶۱
ز	ز	۵	"	ل کھینچو	ل کھینچو	۷	۲۶۳
آ جانیگا	آ جانیگا	۱۹	"	علی القوام	علی القوام	۸	"
تختی	تختی	۲۵	"	مستوی	مستوی	۱۲	"
ے	ے	۱	۲۶۸	ٹ	ط	۲۳	"
د	د	۲۰	۲۶۱	ع شہ	ی شہ	۱	۲۶۳
ع	ع	۲	۲۶۲	شہ ع لہ	شہ ی لہ	"	"
ایک خط	ایک -	۱۶	۲۶۳	ٹ ع ا	ٹ ی ا	۲	"
ے	ے	۱۳	۲۶۶	شہ	طہ	۴	"
مساوی	مساوی	۲۲	"	شہ	طہ	۶	"
زیر بحث	زیر بحث	۴	۲۸۰	ٹ	ط	"	"
پلیٹ ۲۵	پلیٹ ۲۳	۱۳	۲۸۰	ٹ ع لہ	ط ع لہ	۷	"
کٹ	کٹ	۹	۲۸۲	ٹ ع	ط ا	۸	"
کٹ	کٹ	۱۳	"	لہ	لہ	۳	۲۶۵



صحیح	غلط	۱۳	۱۴	صحیح	غلط	۱۵	۱۶
ج ۲ سر	ج ۲ سر	۱۳	۳۲۵	ک ۱ اور ک ۲	ک ۱ اور ک ۲	۱۵	۲۸۲
ہوگا	ہوگی	۱۸-۱۳	"	تاسی	تاس	۱۹	۲۸۳
کیا جاتا	کی جاتی	۱۳	"	دوسرا پتہ	دوسرا پتہ	۱۹	۲۸۴
کھینچنا	کھینچنا	۷	۳۲۹	ایسے	ایسے	۱۹-۱۸	۲۹۱
چاہیے	چاہیے	۱۹	"	نقاط تقاطع	نقاط تقاطع	۲۳	"
گھیرے ہوئے	گھیری ہوئی	۷	۳۳۱	نقاط	نقاط	۱۱	۲۹۲
کرتا ہے	کرتے ہیں	۱۲	"	کرو -	کرد	۱۲	"
بھیجتا بھی ہے	بھیجتے بھی ہیں	"	"	کی	کے	۲	۲۹۹
کہ	کہ	۲۵	۳۳۳	بناتے	بنائے	۱۶	"
روشنائی	روشنائی	۱۱	۳۳۴	متوازی	متوازی	۱۱	۳۰۱
روکار	ردکار	۵	۳۳۵	مکعب	مکعب	۱۳	۳۰۶
کوئے	کونا	۱۱-۱۰	۳۳۵	سایہ	سایہ	۱	۳۰۸
۱/۴	۱/۴	۲۳	۳۳۶	امر	امر	۲	"
مطلوبہ منظروں	منظروں	۲	۳۳۳	تغیر کی	تغیر کی	۸	"
ی	ا	۲۱	"	کھینچنے	کھینچنے	۶	۳۰۹
ان ۶	ع ۷	۲۲	"	ج ۱ گ ۱ ی	ج ۱ گ ۱ ی	۲۰	"
ی	ا	۳	۳۳۴	د ۱ ح ۱ ی	د ۱ ح ۱ ی	"	"
۳۷	۳۷	۱۹	"	اس	اس	۲۰	۳۱۲
امن ۶	امن ۷	۱۵	۳۳۵	دیا	دبا	۱۵	۳۱۵
ف	ف	۱۷	۳۳۶	ن ل	ن ل	۱۹-۱۶	"
خ	ح ل	۲	۳۳۷	ل	ل	۲۱	۳۱۷
۳۷ کا نقطہ	۳۷ نقطہ	۲۲	۳۵۱	قطع	قطع	۶	۳۱۹
کا فذ ابکس	کا فذ کس	۲۳	"	ساکن	ساکن	۱۲	"
				(۲۵)	(۲۵)	۲۳	۳۲۲



غلط	صحیح	غلط	صحیح	غلط	صحیح	غلط	صحیح
گناہ	گنا	اوجھل	اوجھل	اوجھل	اوجھل	اوجھل	اوجھل
کس	کس	سمجھنے	سمجھنے	سمجھنے	سمجھنے	سمجھنے	سمجھنے
کو لے	کو لے	ج	ج	ج	ج	ج	ج
بناتی	بنانی	مقاطع	مقاطع	مقاطع	مقاطع	مقاطع	مقاطع
متوازی	متوازی	ملاؤ	ملاؤ	ملاؤ	ملاؤ	ملاؤ	ملاؤ
علی القوام	علی القوام	ا	ا	ا	ا	ا	ا
ع	ع	ع	ع	ع	ع	ع	ع
افتی	افتی	اتنا	اتنا	اتنا	اتنا	اتنا	اتنا
ع	ع	ع	ع	ع	ع	ع	ع
پر جو سایہ	پر جو سایہ	مادی الساقین	مادی الساقین	مادی الساقین	مادی الساقین	مادی الساقین	مادی الساقین
کھینچو	کھینچو						

لے صفحہ ۳۶۲ و ۳۶۳ میں نقطہ / اور م ایک ہی جگہ واقع ہے۔ کتاب کے متن میں اس کو کہیں / اور کہیں نہ لکھا گیا ہے۔







# اشاریہ

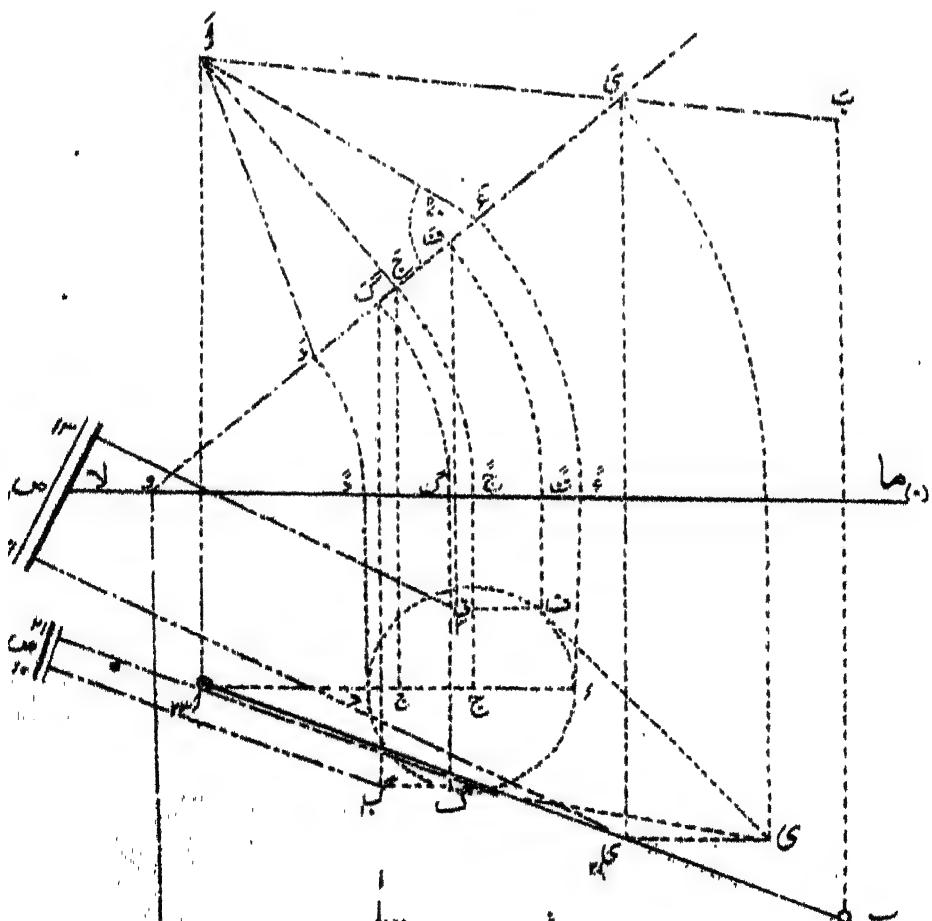
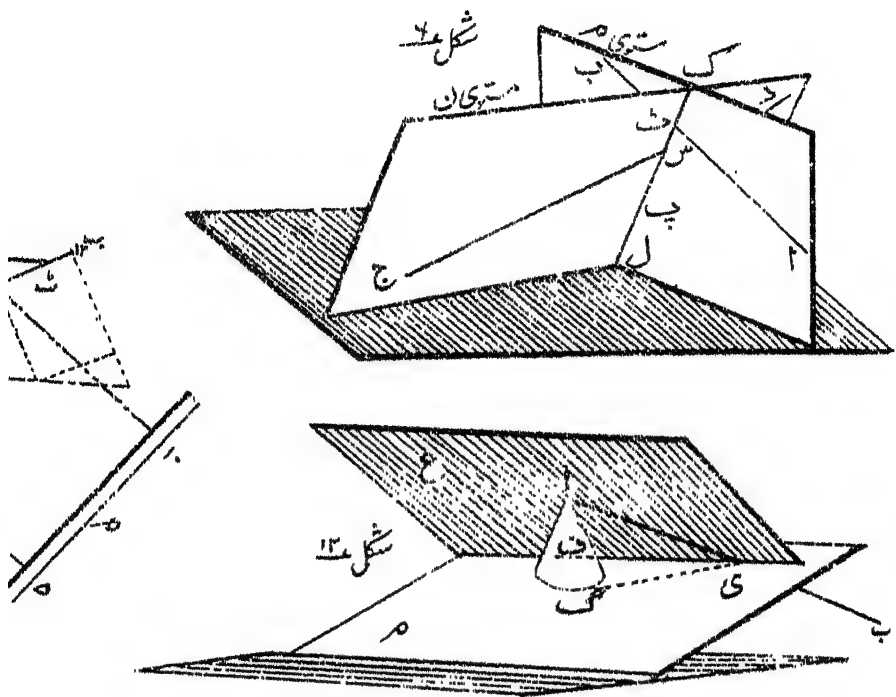
## نقشہ کشی حصہ دوم

مضامین	صفحات	مضامین	صفحات
اوچل نقطہ ترتیبی خطوط کے	۳۶۰	مجمعات کی کشاد	۲۹۷
پیمائشی نقطوں سے منظرہ	۳۶۱	مرکزی نظری شعاع	۲۳۸
تاریک حصوں کے خطوط (سایہ خطوط)	۳۳۲	مشکل سوالات میں سایے اور تاریک حصص کھینچنا	۳۲۹
چرچہ خطوط کے اوچل نقطے	۳۶۰	مقامی پیمائشی پیمانوں سے منظرہ	۳۶۶
خطوط اور مستویوں کی تفصیل کے مزید مسائل	۳۶۰	ماسی مستویات	۲۸۳
زمینی خط	۳۳۷	منحنی سطح اور گردشی مجمعات کا باہمی دخول	۲۸۶
زمینی مستوی	۳۳۷	منحنی کا منظرہ	۲۷۲
سایوں کی دریافت اور سایہ دار خطوط کھینچنا	۳۰۶	منظرہ پیمائشی نقطوں سے	۳۶۱
سایوں کے خطوط کھینچنا	۳۲۰	منظرہ تفصیل اوچل نقطوں سے	۳۵۳
قائم تفصیل سے منظرہ نقشہ کھینچنا	۳۴۱	منظرہ تفصیل پیمائش سے	۳۴۸
کافیہ کے باہر اوچل نقطوں کا واقع ہونا	۳۶۱	منظرہ مقامی پیمائشی پیمانوں سے	۳۶۶
		منظرہ میں سایے	۳۷۴
		منظرہ میں مستعمل اصطلاحات کی تعریفات	۲۴۳
		ہلکے رنگوں سے تاریک حصص بتانا	۳۲۸
		یکساں رنگوں سے سایہ دار حصص بتانا	۳۲۶



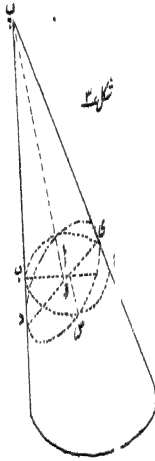
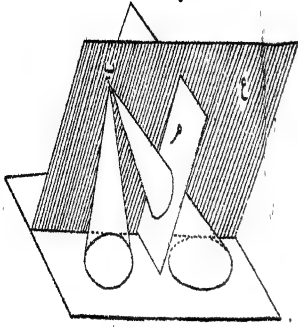




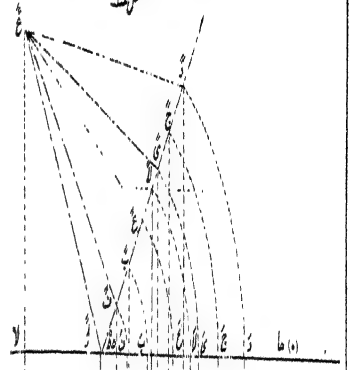




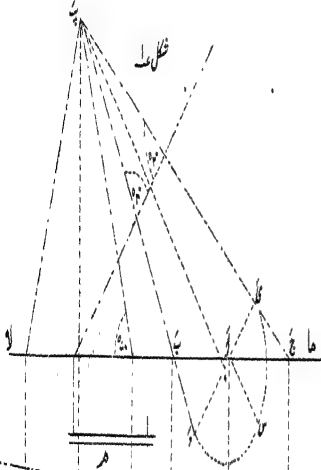
شکل ۱



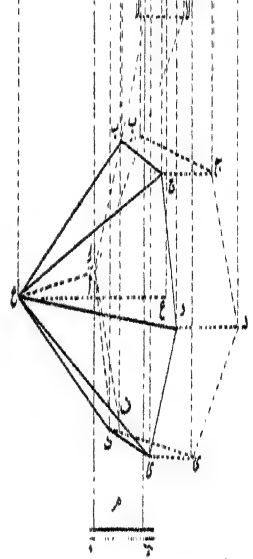
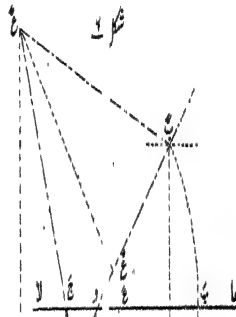
شکل ۲



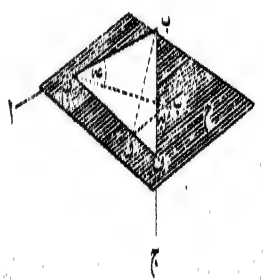
شکل ۳



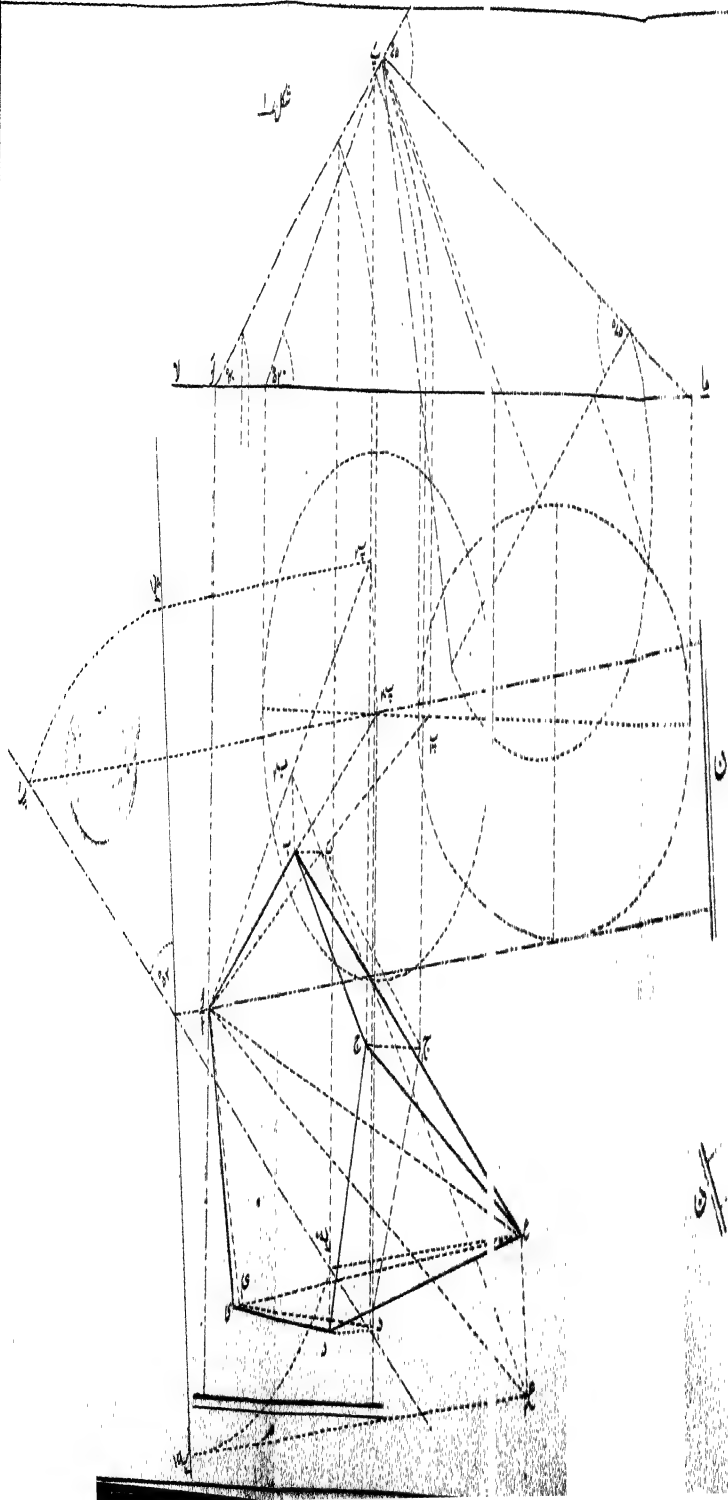
شکل ۴



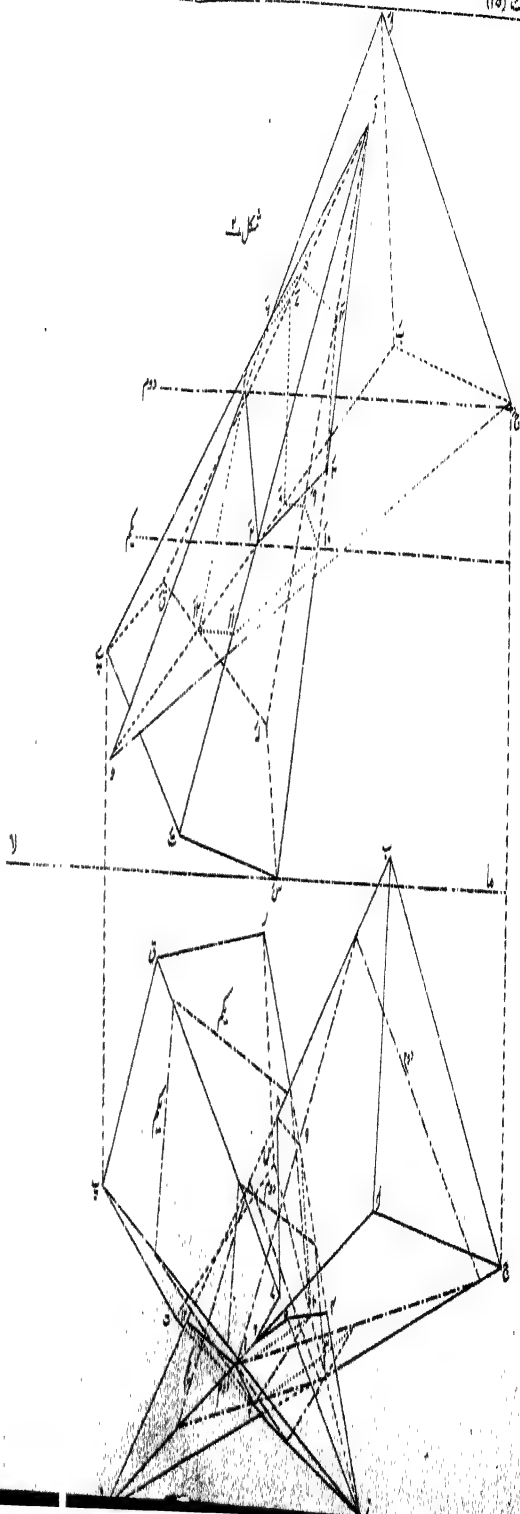
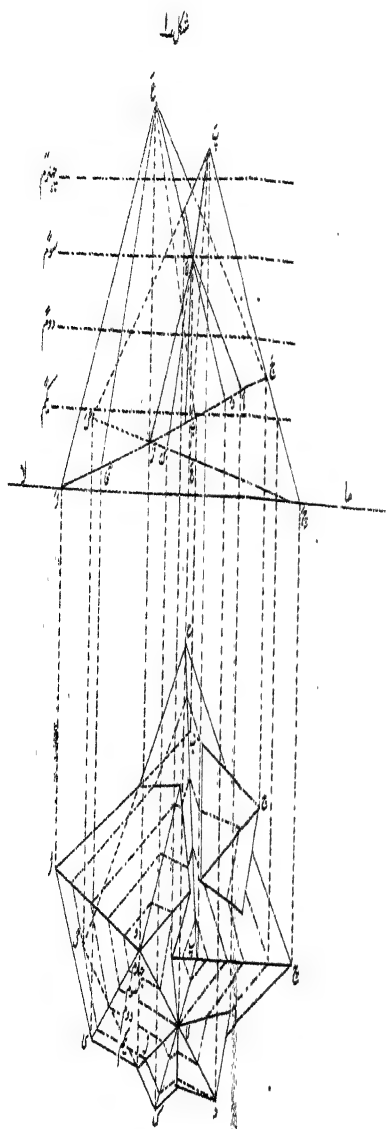
شکل ۵



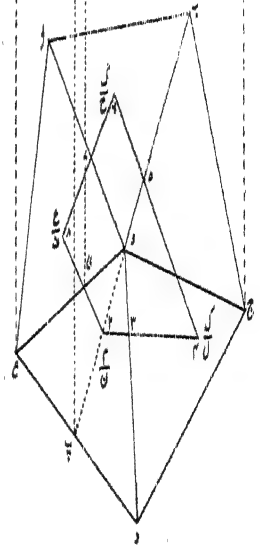
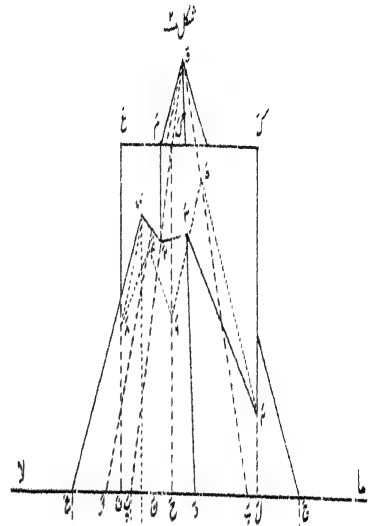




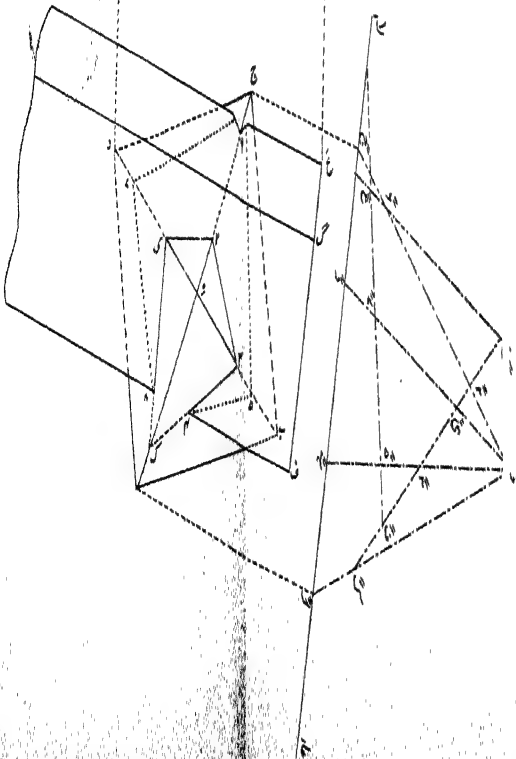
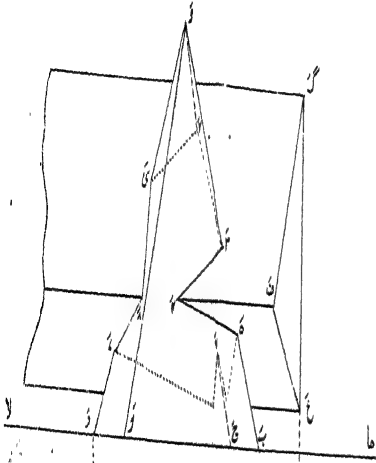




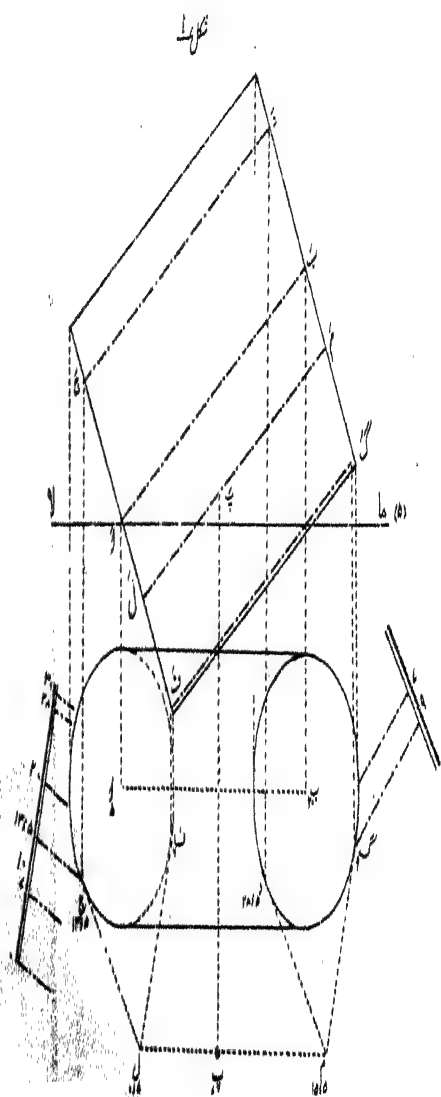
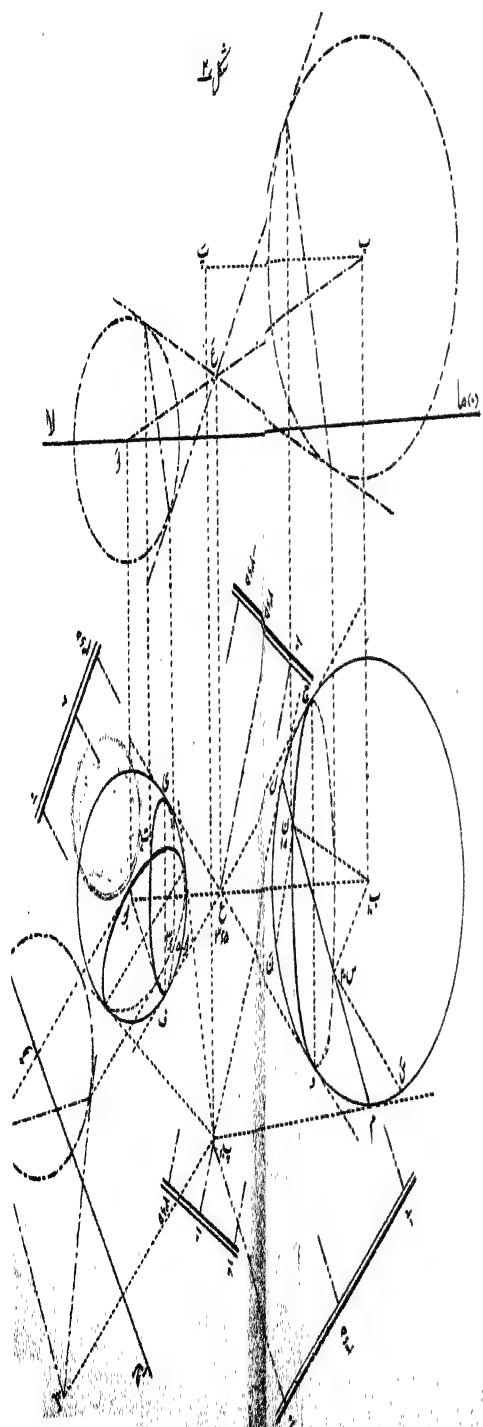




نقطه

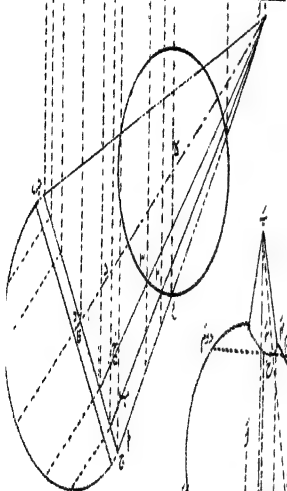
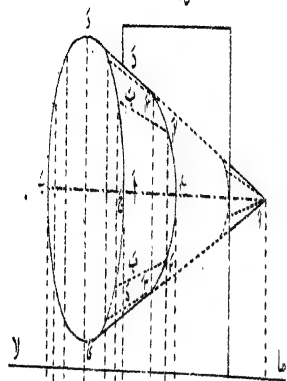




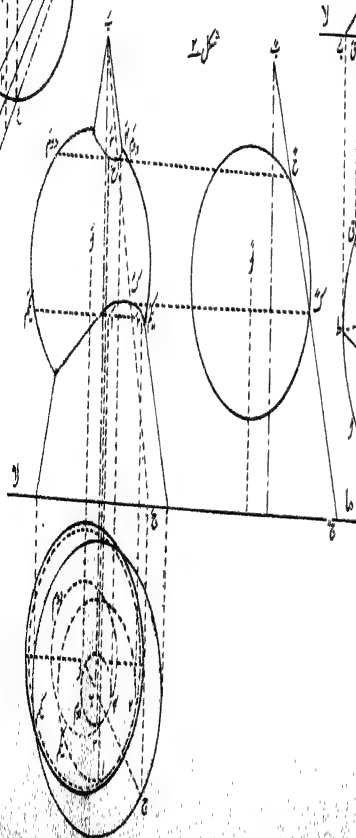




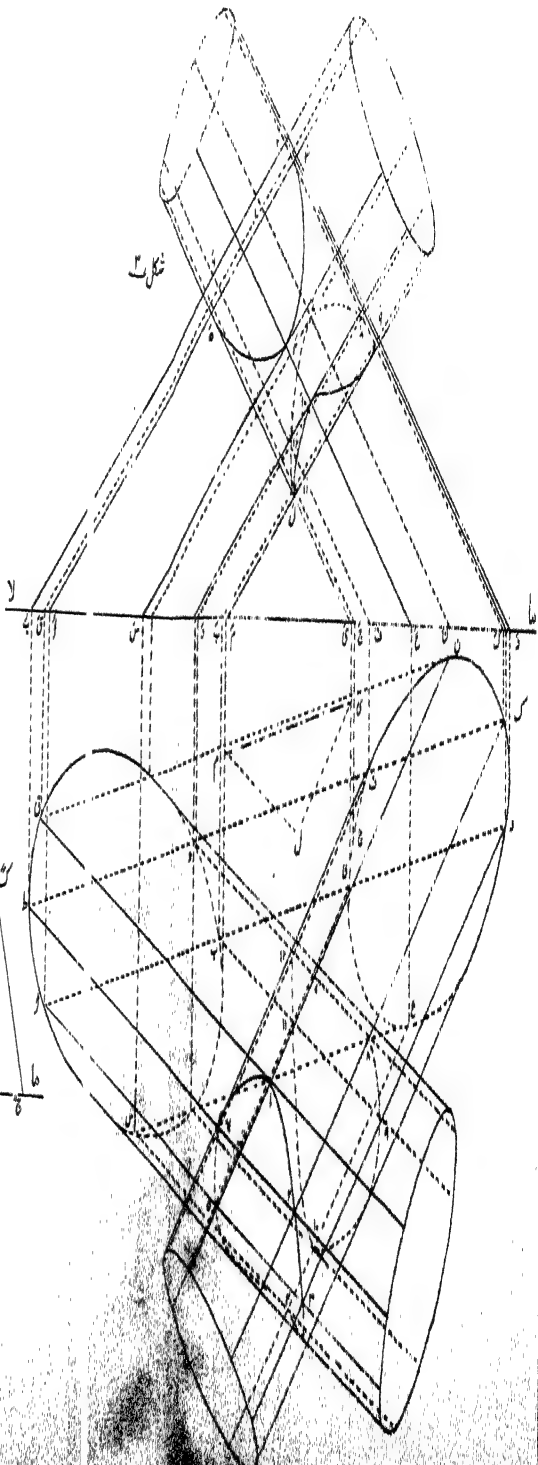
شکل ۱



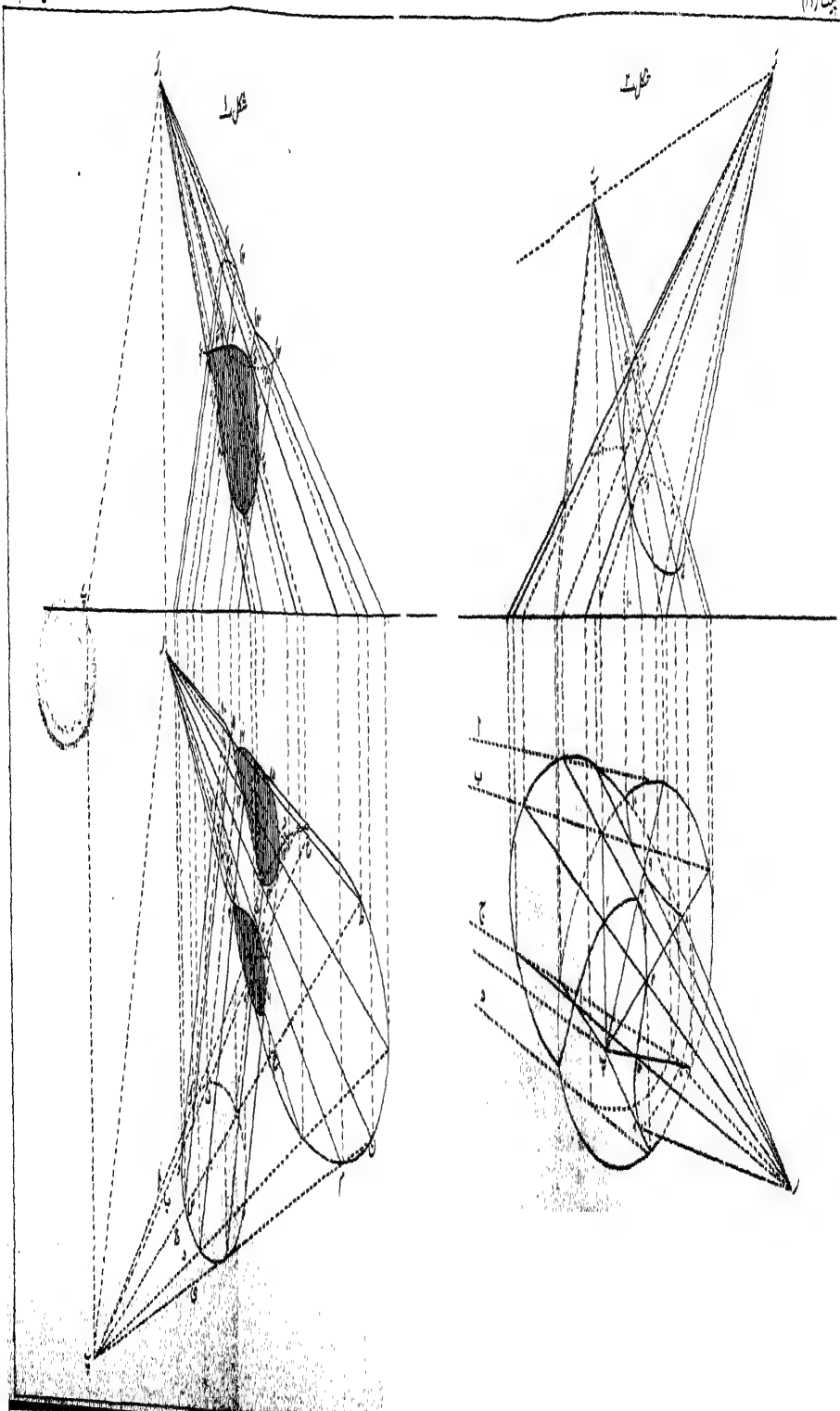
شکل ۲



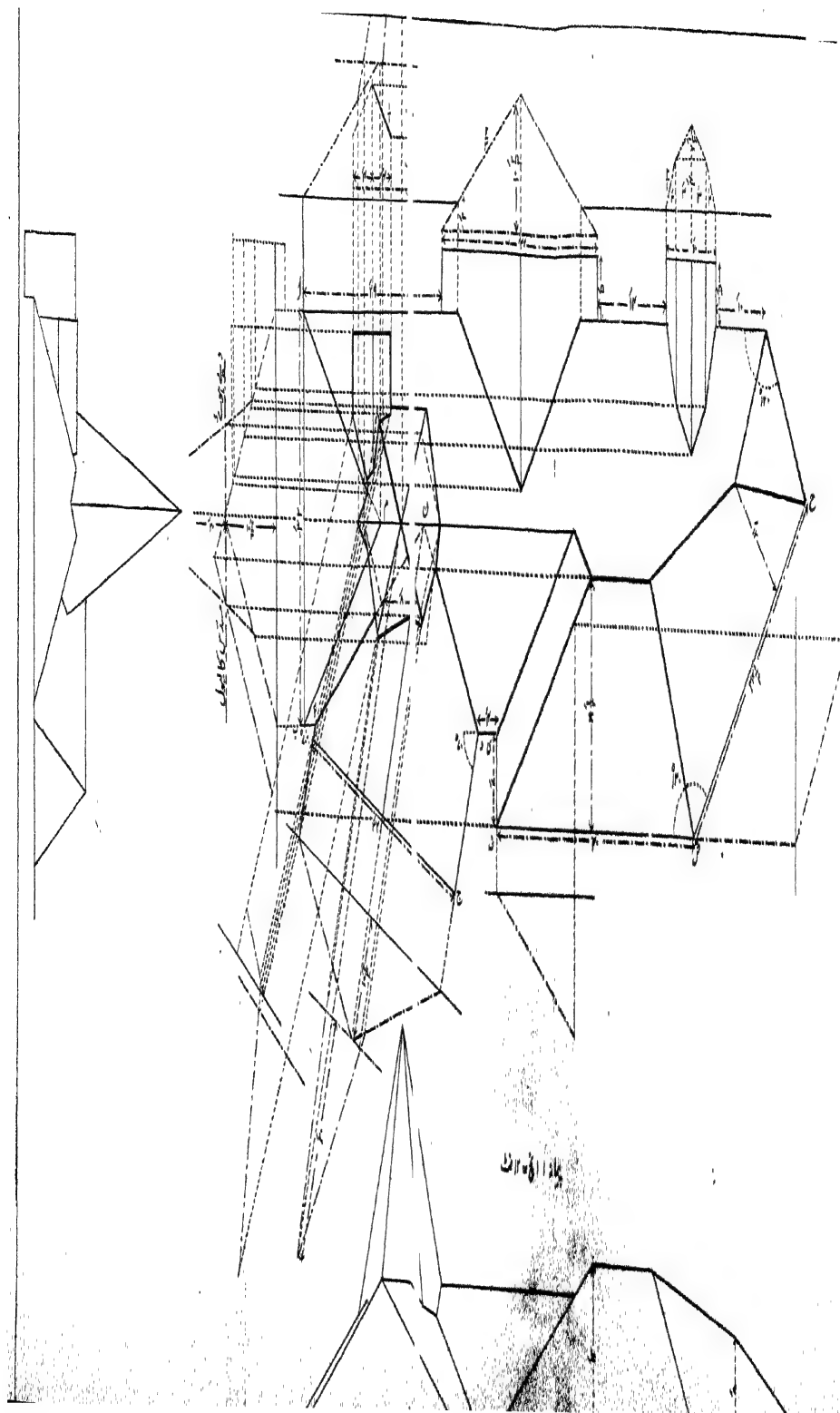
شکل ۳





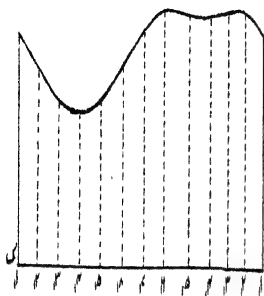




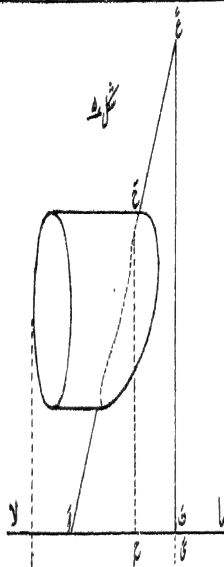




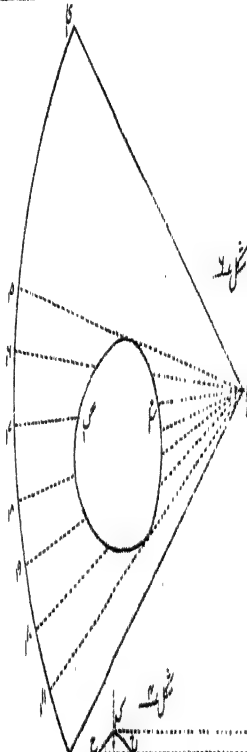
شکل ۱



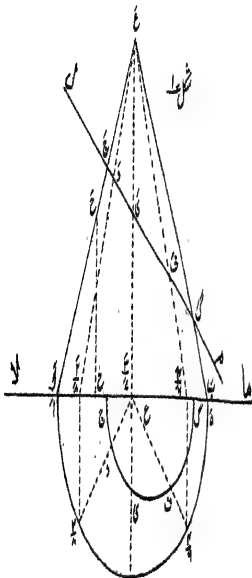
شکل ۲



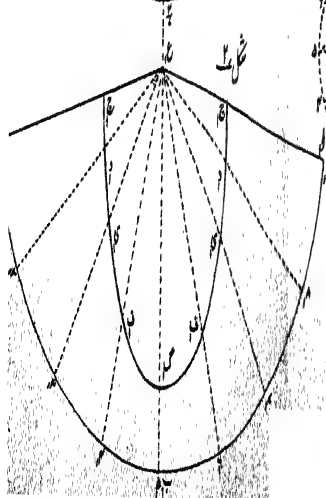
شکل ۳



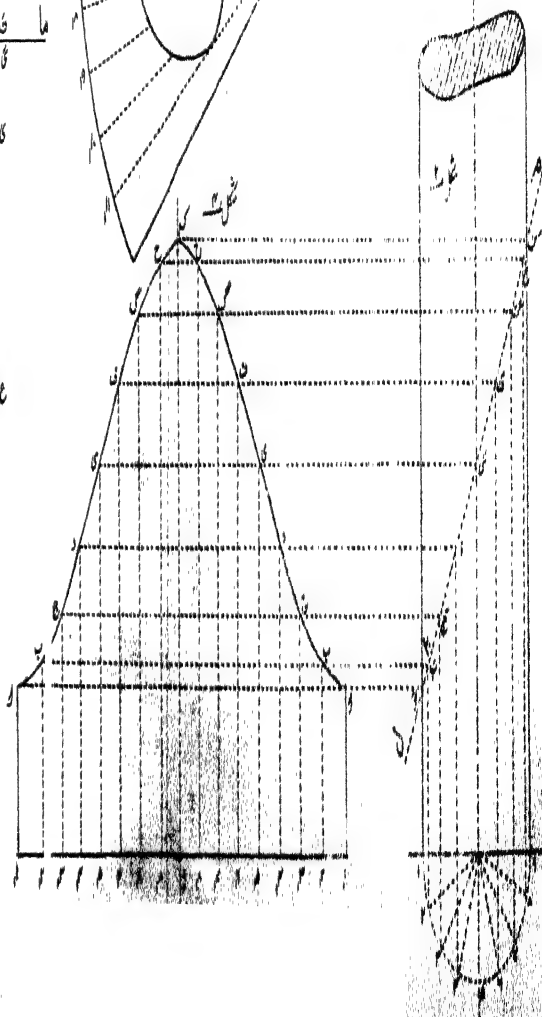
شکل ۴



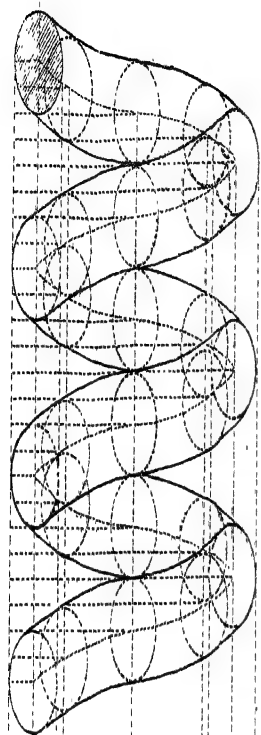
شکل ۵



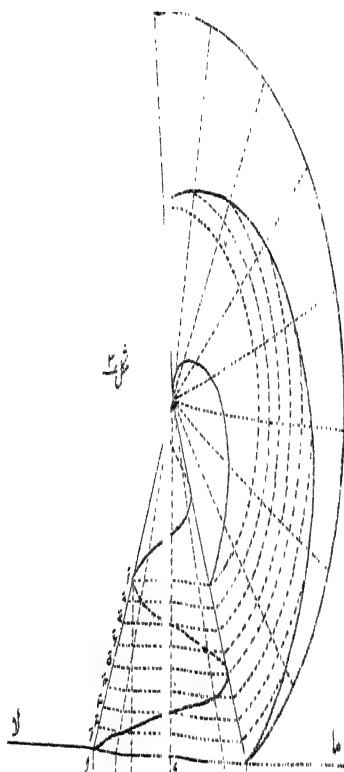
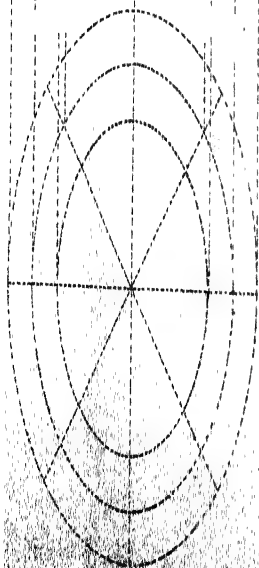
شکل ۶



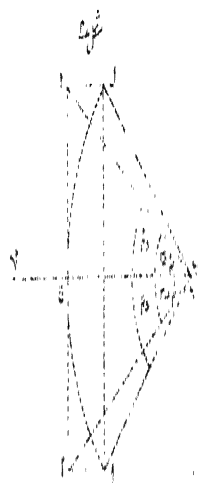




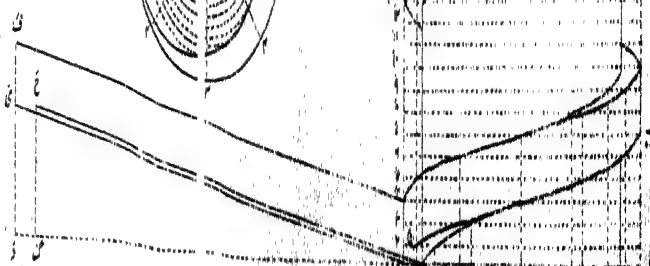
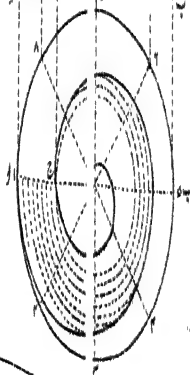
شکل



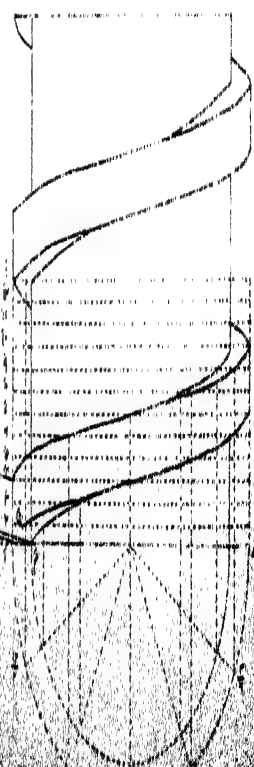
شکل



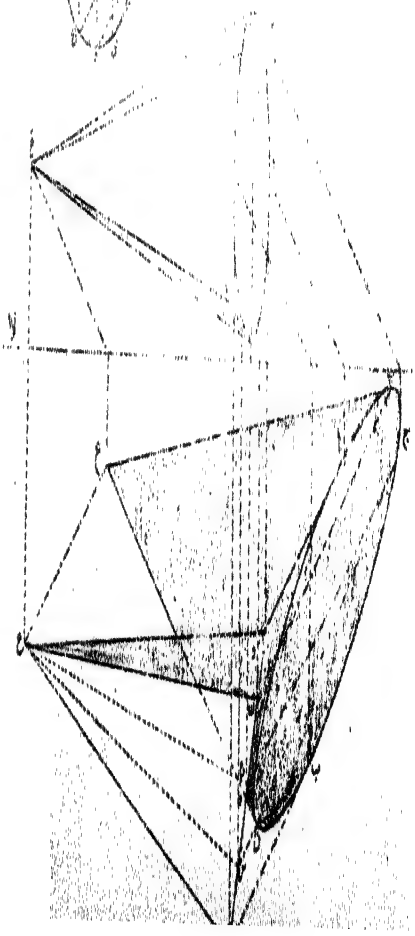
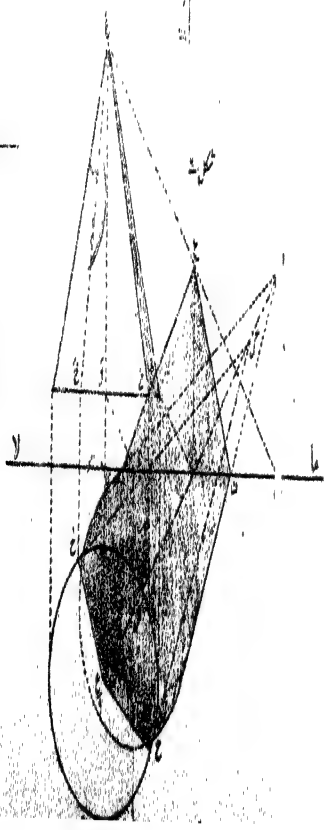
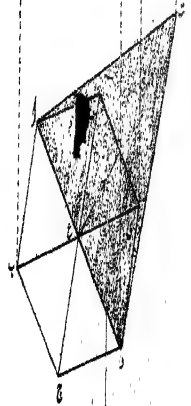
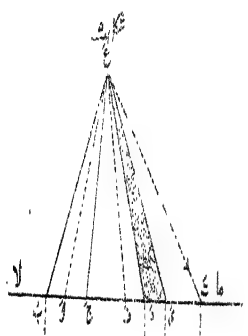
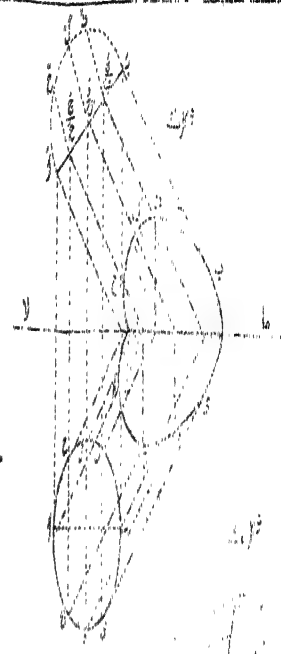
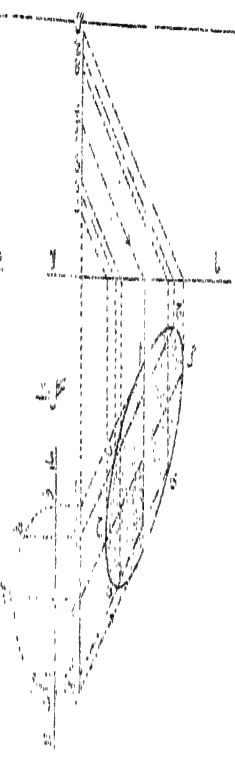
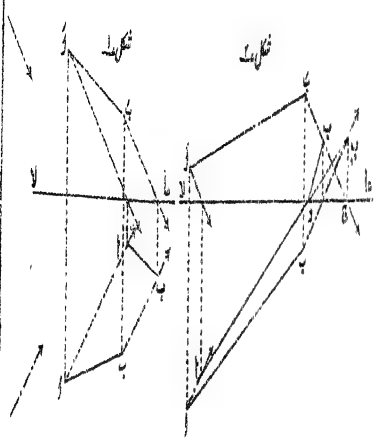
شکل



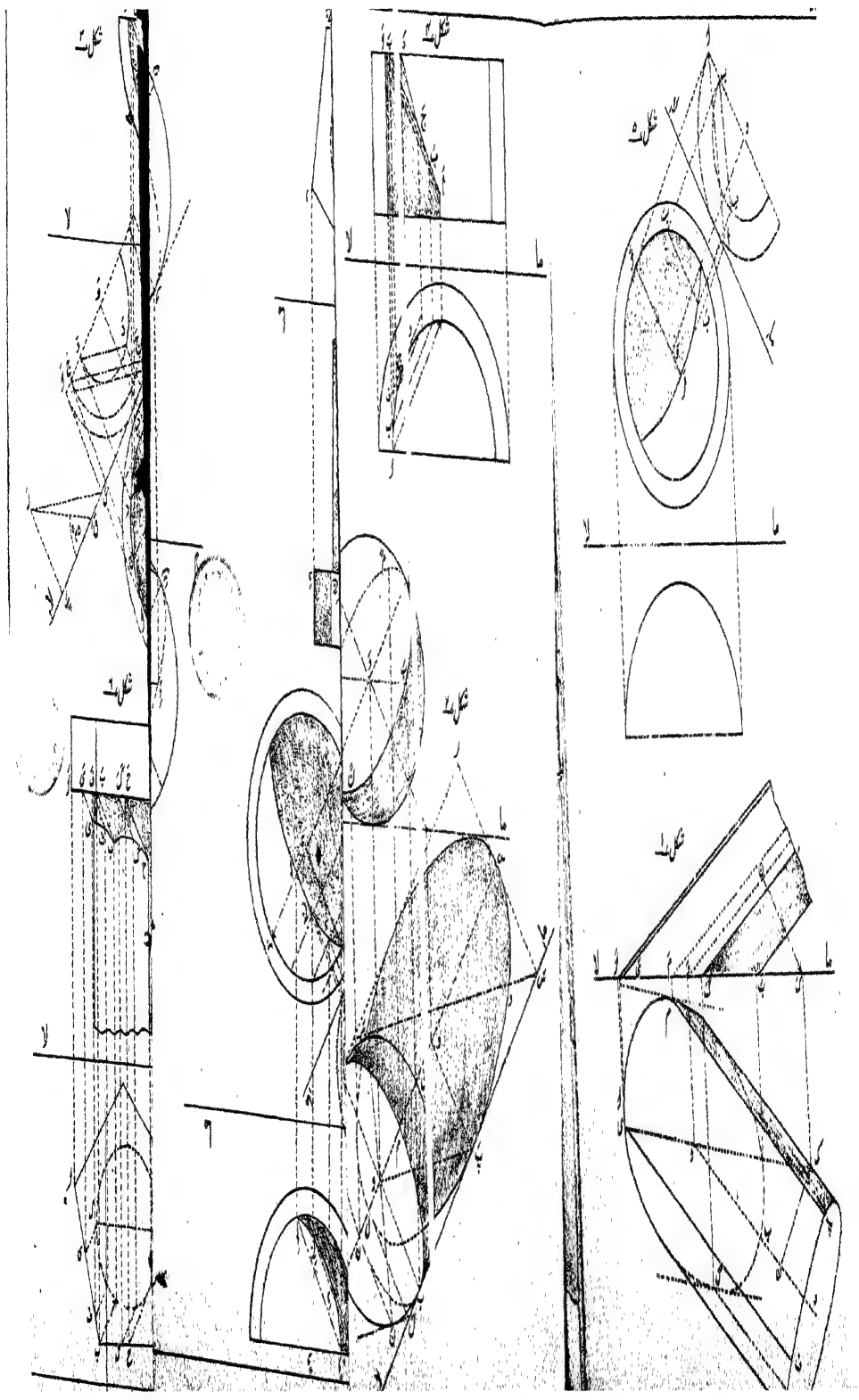
شکل



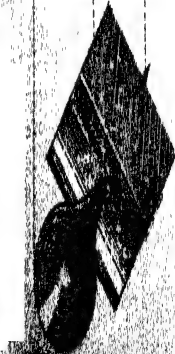
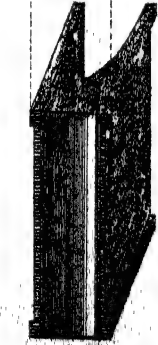
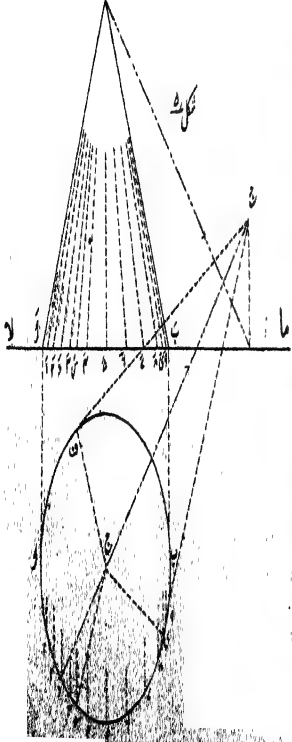
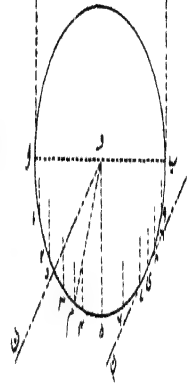
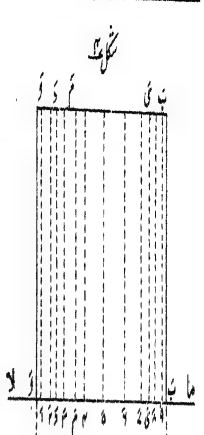
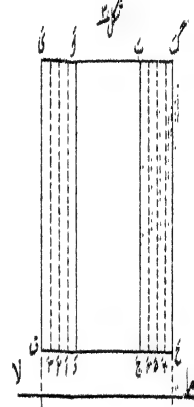
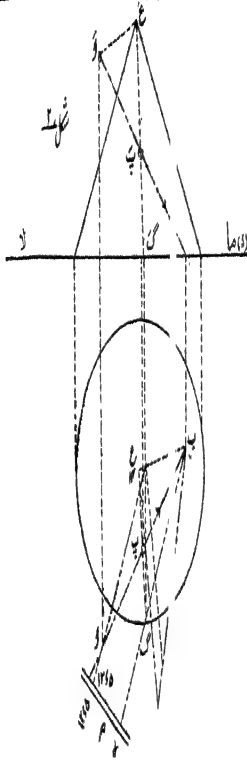
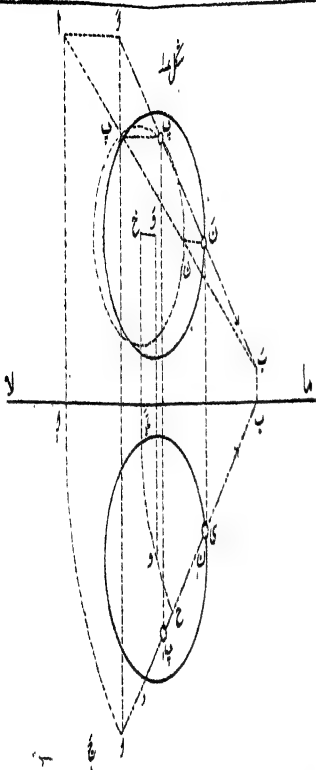






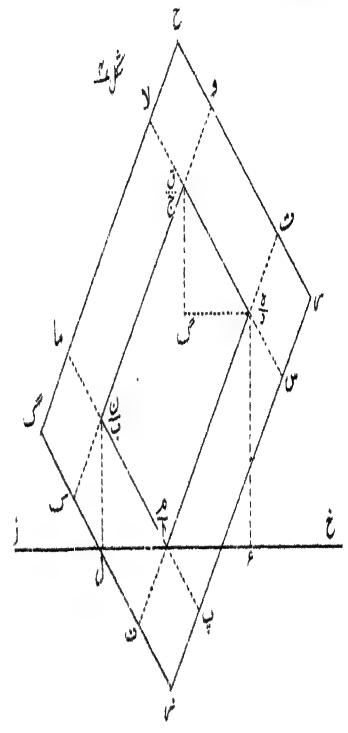
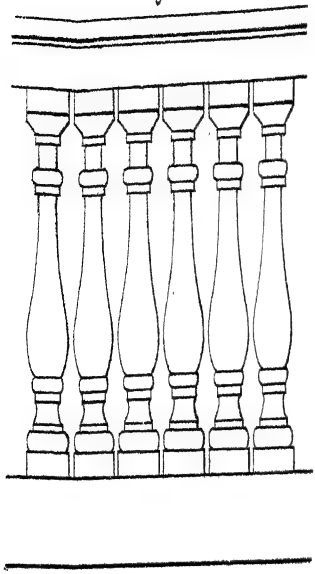




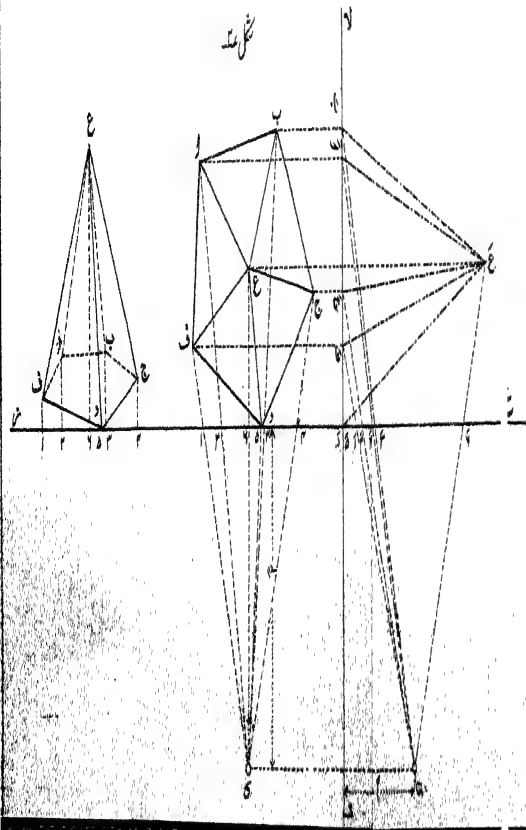




شکل



شکل



شکل

